



**Tiago Furtado Piques Martins Mota**

Licenciado em Ciências de Engenharia Civil

# **Avaliação do Dimensionamento Sísmico na Robustez de Estruturas de Madeira**

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre  
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Professor Doutor Luís Armando Canhoto Neves

Júri:

Presidente: Professor Doutor Rodrigo de Moura Gonçalves  
Arguente: Professor Doutor Jorge Manuel Gonçalves Branco  
Vogal: Professor Doutor Luís Armando Canhoto Neves



FACULDADE DE  
CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA

**Junho de 2012**



“Copyright” Tiago Furtado Piques Martins Mota, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.



# Agradecimentos

A presente dissertação não teria sido possível sem o grande contributo de algumas pessoas que, de uma forma directa ou indirecta, mostraram o seu apoio e incentivo para esta fosse realizada.

Em primeiro lugar, expresso a minha gratidão pelo privilégio de ter trabalhado com o meu orientador, Doutor Luís Neves, que é uma das pessoas que mais admiro pelo seu enorme conhecimento sobre os mais variados assuntos. Sem ele este trabalho nunca teria sido possível, uma vez que foram os seus incentivos que me cativaram na busca de um maior conhecimento e na melhoria constante deste trabalho. Agradeço a sua confiança e permissão para utilizar o seu computador, que foi fundamental para a conclusão deste estudo. Agradeço também a sua paciência e o seu tempo por esclarecer todas as minhas questões, e o seu empenho e dedicação para que este trabalho pudesse chegar a este nível.

Agradeço a todos os autores que, através das suas publicações, contribuíram para um maior conhecimento sobre os assuntos aqui abordados.

Gostaria de agradecer a todos os membros do júri pelo tempo despendido na análise deste trabalho, pelas suas críticas e comentários, contribuindo para que a versão final deste documento tenha o máximo rigor possível.

A todos os meus amigos que sempre me apoiaram ao longo do curso, durante o tempo de estudo e durante os momentos de descontração, e que também contribuíram para que esta fase da minha vida fosse muito melhor do que algum dia imaginei. Em especial, gostaria de agradecer ao Iria, Garcia, Rui, Filipe e à Hande.

À minha família o meu muito obrigado, em especial ao meu pai pelas suas longas conversas sobre engenharia, que muito contribuíram para me incentivar na procura de mais conhecimento, e à minha mãe que é um exemplo a seguir pela sua determinação, sendo a pessoa que mais força de vontade me transmitia e que nas situações difíceis mais sofria por mim. Por fim, quero deixar uma palavra de agradecimento ao Doutor Nicolau pela sua amizade.



# Resumo

Recentes acidentes revelaram a importância da consideração, na fase de dimensionamento, da robustez estrutural, com o objectivo de limitar as consequência que um dano accidental possa provocar (Sørensen, 2010). As estruturas de madeira, embora não muito utilizadas em Portugal, são muito comuns em países do norte da Europa, onde a probabilidade de ocorrência de sismos é muito reduzida. Considerando a semelhança dos requisitos associados à robustez e ao adequado desempenho sísmico, a adopção de práticas associadas ao dimensionamento sísmico pode conduzir ao aumento da robustez estrutural.

O presente trabalho visa avaliar os efeitos do dimensionamento sísmico na robustez de estruturas de madeira, através do estudo de três edifícios de cinco pisos em madeira, localizados em Lisboa. Para tal, estabeleceu-se uma comparação entre uma estrutura dimensionada não considerando acções sísmicas, com duas estruturas dimensionadas considerando esta acção. As duas estruturas que incluem dimensionamento sísmico diferem entre si na solução estrutural adoptada, sendo que na primeira se utilizam cruces de contraventamento nos cantos do edifício e na outra se considera o aumento da secção transversal dos pilares.

As estruturas foram dimensionadas segundo o método dos coeficientes parciais presente nos Eurocódigos, considerando uma rigidez de ligação nula, e de seguida analisadas probabilisticamente, através da modelação das acções e das resistências segundo o código modelo do JCSS (2000).

A quantificação da robustez foi realizada considerando, simplificadaamente, a remoção de um elemento estrutural vertical, sendo traduzida por comparação do índice de fiabilidade da estrutura intacta com o da estrutura sujeita ao dano.

Em geral, verificou-se que o dimensionamento sísmico contribui para o aumento da robustez.

## Palavras chave:

Análise Probabilística, Dimensionamento Sísmico, Estruturas de Madeira, Fiabilidade, Método de Monte Carlo e Robustez.





# Abstract

Recent accidents have shown the importance of taking into account the structural robustness during designing phase, with the aim of limiting the consequences that an accident may cause (Sørensen, 2010). Timber structures, although not widely used in Portugal, are common in countries of northern Europe, where earthquakes have a very low probability of occurrence. Considering the similarity of the requirements associated with the adequate robustness and seismic performance, the adoption of practices associated with the seismic design can lead to the increase of structural robustness.

This study aims to evaluate the effects of seismic design on the robustness of timber structures, through the study of three five-floors buildings made by wood, located in Lisbon. To this end, it was established a comparison between a structure which does not consider seismic actions on its design, with two structures which do. The two structures which include seismic design, differ in the structural solution adopted, one of them considers lateral bracings at the corners of the building and the other considers an increase in the cross-section of the columns.

The structures were designed according to the partial safety coefficients method presented in Eurocodes, considering no stiffness at the joints, and then analyzed probabilistically by modeling actions and resistances through JCSS (2000).

The robustness quantification was done considering simply the removing of vertical structural element and measured by comparison of the reliability index between intact structure and structure subject to damage.

In general, it was verified that the seismic design contributes to increase robustness.

## Keywords:

Probabilistic Analysis, Seismic Design, Timber Structures, Reliability, Monte Carlo Method and Robustness.



# Índice

<b>Copyright</b>	<b>i</b>
<b>Agradecimentos</b>	<b>iii</b>
<b>Resumo</b>	<b>v</b>
<b>Abstract</b>	<b>vii</b>
<b>Índice de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>Índice de Tabelas</b>	<b>xv</b>
<b>Lista de abreviaturas, siglas e símbolos</b>	<b>xvii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Considerações Gerais . . . . .	1
1.2 Objectivos . . . . .	2
1.3 Descrição do Estudo . . . . .	2
<b>2 Robustez Estrutural</b>	<b>5</b>
2.1 Aspectos Gerais . . . . .	5
2.2 Aspectos Estruturais associados à Robustez . . . . .	9
2.2.1 Redundância . . . . .	9
2.2.2 Colapso Progressivo . . . . .	10
2.2.3 Ductilidade . . . . .	12
2.2.4 Elementos-Chave . . . . .	12
2.2.5 Resistência ao Colapso . . . . .	13
2.3 Robustez Estrutural em Estruturas de Madeira . . . . .	14
2.4 Quantificação da Robustez . . . . .	16
2.4.1 Índice de Robustez Determinístico . . . . .	16
2.4.2 Índice de Robustez Semi-Probabilístico . . . . .	17
2.4.3 Índice de Robustez Probabilístico . . . . .	17
2.4.4 Índice de Robustez baseado no Risco . . . . .	19
2.5 Análise da Robustez . . . . .	20
2.6 Influência do Dimensionamento Sísmico na Robustez . . . . .	21

2.6.1	Dimensionamento Sísmico . . . . .	23
2.6.2	Dimensionamento Sísmico vs Não-Dimensionamento Sísmico . . .	25
2.7	Conclusões . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Análise Probabilística de Estruturas de Madeira</b>	<b>29</b>
3.1	Aspectos Gerais . . . . .	29
3.2	Incertezas na Análise Estrutural . . . . .	30
3.3	Conceitos de Probabilidades . . . . .	31
3.4	Caracterização de Variáveis Aleatórias . . . . .	32
3.5	Parâmetros Descritivos . . . . .	33
3.6	Estados Limites . . . . .	34
3.7	Fiabilidade . . . . .	37
3.7.1	Métodos de Fiabilidade do Segundo Momento . . . . .	39
3.7.2	Métodos de Simulação . . . . .	42
3.8	Conclusões . . . . .	45
<b>4</b>	<b>Modelação das Acções e das Resistências</b>	<b>47</b>
4.1	Aspectos Gerais . . . . .	47
4.2	Modelação das Acções . . . . .	47
4.2.1	Acções Permanentes . . . . .	48
4.2.2	Acção Variável . . . . .	49
4.2.3	Acção Sísmica . . . . .	50
4.2.4	Combinações de Acções . . . . .	53
4.3	Modelação das Resistências e Propriedades do Material . . . . .	55
4.3.1	Propriedades da Madeira . . . . .	56
4.3.2	Modelos de Resistência . . . . .	58
4.4	Conclusões . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Caso de Estudo</b>	<b>65</b>
5.1	Aspectos Gerais . . . . .	65
5.2	Caracterização e Modelação do Problema . . . . .	66
5.3	Material Estrutural . . . . .	69
5.4	Acções . . . . .	70
5.5	Dimensionamento Semi-Probabilístico . . . . .	71
5.5.1	Abordagens de Dimensionamento . . . . .	72
5.5.2	Ligações Semi-Rígidas . . . . .	81
5.6	Avaliação Semi-Probabilística da Robustez . . . . .	85
5.7	Avaliação Probabilística . . . . .	89
5.7.1	Segurança da Estrutura Intacta . . . . .	90
5.7.2	Segurança da Estrutura Danificada . . . . .	93
5.7.3	Comparação entre a avaliação da segurança Semi-Probabilística e Probabilística . . . . .	95
5.7.4	Índice de Robustez . . . . .	97
5.8	Conclusões . . . . .	101

<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>103</b>
6.1	Generalidades . . . . .	103
6.2	Resultados e Limitações . . . . .	104
6.3	Desenvolvimentos Futuros . . . . .	104
	<b>Bibliografia</b>	<b>107</b>
<b>A</b>	<b>Determinação dos Momentos das Variáveis Aleatórias</b>	<b>111</b>
A.1	Distribuição Normal . . . . .	111
A.2	Distribuição Lognormal . . . . .	111
A.3	Distribuição Exponencial . . . . .	112
<b>B</b>	<b>Definição dos Espectros de Resposta de Dimensionamento Horizontais</b>	<b>113</b>
<b>C</b>	<b>Rotina do método de Monte Carlo em Matlab</b>	<b>117</b>
C.1	Ficheiros Principais . . . . .	118
C.1.1	Ficheiro <i>monte_carlo.m</i> . . . . .	118
C.2	Ficheiros Secundários . . . . .	121
C.2.1	Ficheiro <i>gerar.m</i> . . . . .	121
C.2.2	Ficheiro <i>calcula_esforços_vigas.m</i> . . . . .	123
C.2.3	Ficheiro <i>esforços_vigas.m</i> . . . . .	125
C.2.4	Ficheiro <i>calcula_esforços_pilares.m</i> . . . . .	126
C.2.5	Ficheiro <i>esforços_pilares.m</i> . . . . .	127
C.2.6	Ficheiro <i>calcula_esforços_cruzes.m</i> . . . . .	128
C.2.7	Ficheiro <i>esforços_cruzes.m</i> . . . . .	129
C.3	Ficheiros Auxiliares . . . . .	129
C.3.1	Ficheiro <i>vigas_flexao.m</i> . . . . .	129
C.3.2	Ficheiro <i>vigas_bambeamento.m</i> . . . . .	131
C.3.3	Ficheiro <i>pilaresencurvadura.m</i> . . . . .	132
C.3.4	Ficheiro <i>cruzes.m</i> . . . . .	135



# Índice de Figuras

2.1	Ronan Point (Enotes, 2011) . . . . .	5
2.2	Acidentes estruturais . . . . .	6
2.3	Árvore de eventos (Baker <i>et al.</i> , 2008) . . . . .	19
2.4	Utilização de vigas fortes - pilar fraco versus vigas fracas - pilar forte (Neves e Branco, 2010) . . . . .	26
3.1	Função distribuição de probabilidade . . . . .	33
3.2	Representação das funções densidade de probabilidade das acções e da resistência (Neves e Barbosa, 2011) . . . . .	37
3.3	Representação das funções densidade de probabilidade conjunta das acções e da resistência, da função estado limite, da zona de rotura e da zona de segurança (Caldeira, 2007) . . . . .	38
3.4	Representação bi-dimensional da normalização das variáveis aleatórias para uma função estado limite linear (Faber, 2007) . . . . .	40
3.5	Representação bi-dimensional do método FORM para funções estado limite não lineares (Faber, 2007) . . . . .	41
5.1	Estrutura base utilizada . . . . .	66
5.2	Estruturas analisadas . . . . .	67
5.3	Pórticos da estrutura . . . . .	67
5.4	Distribuição das vigas de um piso intermédio . . . . .	68
5.5	Distribuição das vigas da cobertura . . . . .	68
5.6	Espectros de resposta de dimensionamento . . . . .	71
5.7	Planta estrutural referente à Solução Estrutural 1 . . . . .	72
5.8	Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 1 . . . . .	74
5.9	Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 1 em planta . . . . .	74
5.10	Planta estrutural referente à Solução Estrutural 2 . . . . .	75
5.11	Combinação de esforços de tracção e de flexão devido à influência dos contraventamentos para a combinação fundamental . . . . .	76
5.12	Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 2 . . . . .	77
5.13	Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 2 em planta . . . . .	77
5.14	Planta estrutural referente à Solução Estrutural 3 . . . . .	78
5.15	Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 3 . . . . .	79
5.16	Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 3 em planta . . . . .	79

5.17	Secção transversal das vigas secundárias num piso intermédio . . . . .	80
5.18	Secção transversal das vigas secundárias num piso de cobertura . . . . .	80
5.19	Elementos estruturais condicionantes na fase de dimensionamento . . . . .	81
5.20	Momento flector segundo o eixo de maior inércia das vigas para a estrutura intacta . . . . .	82
5.21	Momento flector resultante da acção sísmica na estrutura com ligações articuladas . . . . .	84
5.22	Momento flector resultante da acção sísmica na estrutura com ligações semi-rígidas . . . . .	84
5.23	Elementos estruturais condicionantes nas estruturas de dimensionamento e com ligações semi-rígidas . . . . .	85
5.24	Momento flector segundo o eixo de maior inércia das vigas para a estrutura danificada . . . . .	87
5.25	Elementos condicionantes da análise semi-probabilística da robustez . . . . .	88
5.26	Algoritmo desenvolvido para a análise da robustez probabilística . . . . .	90
5.27	Comparação entre a probabilidade de falha dos elementos estruturais para as três soluções estruturais intactas . . . . .	91
5.28	Comparação dos índices de fiabilidade com os índices de fiabilidade alvo do EC (IPQ, 2009a) e JCSS (2000) . . . . .	93
5.29	Comparação entre a probabilidade de falha dos elementos estruturais para as três soluções estruturais danificadas . . . . .	94
5.30	Comparação entre avaliações de segurança semi-probabilísticas e probabilísticas para todas as soluções estruturais . . . . .	97
5.31	Comparação entre os índices de robustez para todos os modelos . . . . .	98
B.1	Espectros de resposta de dimensionamento . . . . .	115



# Índice de Tabelas

2.1	Modos de rotura para madeira lamelada colada (JCSS, 2006) . . . . .	14
2.2	Resumo de casualidades em alguns dos recentes sismos (Rainer e Karacabeyli, 2000) . . . . .	22
3.1	Parâmetros das funções distribuição de probabilidade utilizadas . . . . .	34
3.2	Índices de fiabilidade alvo do JCSS (2000) referentes a 1 ano para o estado Limite de Utilização (irreversível) . . . . .	36
3.3	Índices de fiabilidade alvo do JCSS (2000) referentes a 1 ano para o estado Limite Último . . . . .	37
3.4	Índices de fiabilidade alvo pelo Eurocódigo (IPQ, 2009a) para a classe de fiabilidade RC2 . . . . .	37
4.1	Classes de duração das acções . . . . .	48
4.2	Coeficientes parciais de segurança utilizados . . . . .	54
4.3	Valores de $k_{mod}$ para a madeira lamelada colada . . . . .	56
4.4	Diferentes valores de $\gamma_M$ . . . . .	57
4.5	Modelos probabilísticos para as propriedades mecânicas da madeira lamelada colada utilizadas (JCSS, 2006) . . . . .	58
5.1	Resumo das diferenças entre os vários modelos . . . . .	69
5.2	Características mecânicas da madeira lamelada colada GL24h (BSI, 1999) . . . . .	69
5.3	Modelos probabilísticos das propriedades mecânicas da madeira lamelada colada GL24h (JCSS, 2006) . . . . .	69
5.4	Carregamento adoptado . . . . .	70
5.5	Coeficientes de redução $\psi$ adoptados . . . . .	70
5.6	Modelos probabilísticos para as acções consideradas (JCSS, 2001) . . . . .	70
5.7	Secção transversal dos pilares . . . . .	73
5.8	Avaliação da Segurança para o dimensionamento da Solução Estrutural 1 . . . . .	73
5.9	Avaliação da Segurança para a Solução Estrutural 2 . . . . .	76
5.10	Avaliação da Segurança para a Solução Estrutural 3 . . . . .	78
5.11	Avaliação da Segurança das estruturas com ligações articuladas e com ligações semi-rígidas . . . . .	83
5.12	Avaliação da Segurança para as estruturas danificadas . . . . .	86
5.13	Resultados probabilísticos para as estruturas intactas . . . . .	91

5.14	Índices de fiabilidade alvo do Eurocódigo (IPQ, 2009a) . . . . .	92
5.15	Resultados probabilísticos para as estruturas danificadas . . . . .	94
5.16	Avaliação da Segurança para a Solução 1 . . . . .	95
5.17	Avaliação da Segurança para a Solução 2 . . . . .	96
5.18	Avaliação da Segurança para a Solução 3 . . . . .	96
5.19	Índice de Robustez . . . . .	98
5.20	Comparação entre os indicadores de robustez semi-probabilísticos e probabilísticos . . . . .	100
B.1	Valores dos parâmetros que definem o espectro de resposta para acção sísmica do Tipo 1 . . . . .	114
B.2	Valores dos parâmetros que definem o espectro de resposta para acção sísmica do Tipo 2 . . . . .	114

# Lista de abreviaturas, siglas e símbolos

## Abreviaturas

- EC - Eurocódigo (IPQ, 2009a)
- EC1 - Eurocódigo 1 (IPQ, 2009b)
- EC5 - Eurocódigo 5 (CEN, 2003)
- EC8 - Eurocódigo 8 (IPQ, 2010)

## Siglas

- CEN - Centro Europeu de Normalização
- ELU - Estado Limite Último
- ELUt - Estado Limite de Utilização
- FCT - Faculdade de Ciências e Tecnologia
- FEMA - *Federal Emergency Management Agency*
- FORM - *First Order Reliability Methods*
- GL - Lamelado Colado
- IPQ - Instituto Português da Qualidade
- JCSS - *Joint Committee on Structural Safety*
- SAP2000 - *Structural Analysis Program*
- SORM - *Second Order Reliability Methods*
- UNL - Universidade Nova de Lisboa

**Símbolos**

- $A$  - Acções acidentais
- $A_E$  - Acções sísmicas
- $b$  - Base da secção transversal
- $C$  - Consequências de ocorrência de um evento
- $C_{Dir}$  - Consequências directas
- $C_{Ind}$  - Consequências indirectas
- $Cov$  - Coeficiente de variação
- $D$  - Dano normalizado
- $EX_i$  - Evento adverso
- $E_{0,05}$  - Quantilho de 5% do módulo de elasticidade
- $f_{c,0,d}$  - Tensão de dimensionamento resistente à compressão paralela ao fio
- $F_d$  - Acção de dimensionamento
- $F_k$  - Valor característico da acção
- $f_{m,k}$  - Tensão característica à flexão
- $f_{t,0,d}$  - Tensão de dimensionamento de resistente à tracção paralela ao fio
- $f_X(x)$  - Função densidade de probabilidade
- $G$  - Acções permanentes
- $G_{0,05}$  - Quantilho de 5% do módulo de distorção
- $h$  - Altura da secção transversal
- $I$  - Momento de inércia
- $I_R$  - Índice de robustez
- $i$  - Raio de giração
- $k_h$  - Coeficiente do efeito das dimensões
- $k_m$  - Factor de redistribuição de tensões de flexão na secção transversal
- $k_{mod}$  - Factor de modificação para a duração das cargas e composição do material
- $k_{sys}$  - Factor de resistência do sistema

- $L$  - Comprimento do elemento
- $M_y$  - Momento flector actuante segundo o eixo  $y$
- $M_z$  - Momento flector actuante segundo o eixo  $z$
- $N$  - Número finito de resultados
- $n$  - Número de simulações
- $N_{ed}$  - Esforço axial de dimensionamento
- $n_{roturas}$  - Número de roturas
- $P_f$  - Probabilidade de rotura
- $P(A)$  - Probabilidade do evento  $A$  ocorrer
- $Q$  - Cargas variáveis
- $R_d$  - Resistência de dimensionamento
- $S_d$  - Efeito das acções de dimensionamento
- $X_d$  - Valor de dimensionamento das propriedades resistentes
- $X_k$  - Valor característico das propriedades resistentes
- $W_y$  - Módulo elástico da secção
- $Z$  - Margem de segurança
- $z$  - Distância do eixo à fibra mais distante
- $\beta$  - Índice de fiabilidade
- $\beta_d$  - Índice de fiabilidade para um sistema danificado
- $\beta_i$  - Índice de fiabilidade para um sistema intacto
- $\gamma_G$  - Coeficiente parcial de segurança das acções permanentes
- $\gamma_M$  - Coeficiente parcial de segurança das resistências
- $\gamma_Q$  - Coeficiente parcial de segurança das acções variáveis
- $\theta$  - Variância de uma variável aleatória com distribuição Lognormal
- $\lambda$  - Média de uma variável aleatória com distribuição Lognormal
- $\lambda_{rel,m}$  - Esbelteza relativa
- $\mu_X$  - Valor médio

- $\rho_k$  - Massa volúmica
- $\sigma$  - Desvio padrão
- $\sigma_{c,0,d}$  - Tensão de dimensionamento à compressão paralela ao fio
- $\sigma_{m,y,d}$  - Tensão de dimensionamento à flexão sobre o eixo principal  $y$
- $\sigma_{m,z,d}$  - Tensão de dimensionamento à flexão sobre o eixo principal  $z$
- $\sigma_{t,0,d}$  - Tensão de dimensionamento à tracção paralela ao fio
- $\Phi^{-1}$  - Inversa da função de distribuição normal reduzida
- $\psi$  - Coeficiente de redução

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Considerações Gerais

O dimensionamento estrutural evoluiu, ao longo do tempo, de um processo completamente empírico até uma abordagem científica, que avalia o risco de colapso e o limita em função das preferências da sociedade.

É nesta definição de probabilidade aceitável de falha que se baseiam os regulamentos estruturais em vigor que, de uma forma simples e directa, permitem avaliar a segurança de determinado sistema estrutural, sem ser necessário o conhecimento de probabilidades nem dos seus métodos de determinação.

Depois do acidente na Bad Reichenhall Ice-Arena em 2006, renasceu o interesse no conceito de robustez que possui, como principal objectivo, a limitação das consequências perante um dano localizado. A análise da robustez é um conceito pouco explorado nos regulamentos estruturais comumente utilizados, pelo que para a quantificar é necessário utilizar métodos probabilísticos que permitam determinar a fiabilidade da estrutura. Uma das formas de a quantificar é através da simulação de situações acidentais, considerando-se que uma estrutura é robusta se, após dado acidente, continuar a possuir uma fiabilidade adequada para o seu funcionamento.

A influência do dimensionamento sísmico na robustez estrutural é conhecida, sabendo-se que o dimensionamento a acções sísmicas e o dimensionamento à robustez possuem requisitos em comum, como a redundância e a ductilidade, mas é fundamental conhecer a susceptibilidade dos sistemas estruturais dimensionados para resistir à acção sísmica, face a estados de dano. É igualmente importante avaliar, para um dado estado de dano, em que difere o comportamento de um sistema estrutural que considera o dimensionamento sísmico em relação a um que não considera.

Em Portugal, a utilização de madeira como principal material construtivo não é comum, sendo que o factor que mais contribui para tal é a falta de um conhecimento profundo sobre as características deste material e sobre a sua utilização em zonas sísmicas. A

utilização deste material conduz a um conjunto de vantagens construtivas como uma fácil trabalhabilidade, um bom desempenho estrutural e a possibilidade de criar diversas formas, sendo este factor importante a nível arquitectónico. Para além destas, e quando efectuada uma boa gestão deste recurso a nível florestal, torna-se também sustentável.

## 1.2 Objectivos

Com a elaboração deste estudo pretende-se avaliar a importância do dimensionamento sísmico na robustez de um sistema estrutural em madeira, através de um caso de estudo composto por três sistemas estruturais na região de Lisboa.

De forma a que este objectivo seja atingido, é importante realçar outros que foram pré-estabelecidos para o presente estudo:

- Estudar o efeito de situações acidentais causadas por incêndios ou explosões em estruturas de madeira, consideradas de uma forma simplificada através da remoção de elementos estruturais;
- Avaliar a influência do dimensionamento sísmico, por meio de duas soluções estruturais, na fiabilidade estrutural;
- Comparar os níveis de fiabilidade obtidos por intermédio de análises probabilísticas com os índices de fiabilidade alvo preconizados nos códigos estruturais IPQ (2009a) e JCSS (2000).

## 1.3 Descrição do Estudo

O presente trabalho apresenta-se em 7 capítulos, sendo o primeiro a presente introdução.

No Capítulo 2 são apresentados os conceitos fundamentais associados à robustez estrutural, descrevem-se os aspectos estruturais fundamentais na análise da robustez como a redundância, colapso progressivo, ductilidade, elementos chave e resistência ao colapso, descrevendo-se a sua importância nas estruturas de madeira. De seguida, é abordada a robustez estrutural em estruturas de madeira, referindo-se algumas estratégias para a sua consideração. São também referidos alguns métodos para a quantificação da robustez, a nível determinístico, semi-probabilístico, probabilístico e de análises de risco. Por fim, é descrita a influência do dimensionamento sísmico na robustez, destacando-se algumas características e recomendações, preconizadas nas normas em vigor, comparando-se com o dimensionamento a acções estáticas.

De seguida, no Capítulo 3, é efectuada uma revisão de conceitos de probabilidade, destacando-se as várias incertezas existentes na análise de estruturas de madeira. É efectuada uma caracterização das variáveis aleatórias, descrevendo-se as funções de distribuição de probabilidades utilizadas, juntamente com os respectivos parâmetros.



Ainda neste Capítulo, é abordada a temática da fiabilidade em engenharia de estruturas, salientando-se os métodos mais comuns para a sua quantificação, em especial os métodos do segundo momento e o método de simulação de Monte Carlo.

Seguidamente, no Capítulo 4, é abordada a modelação das acções a que as estruturas analisadas estão sujeitas: acções permanentes, variáveis e sísmicas, e das características mecânicas do material estrutural, a nível semi-probabilístico e probabilístico. São também descritas as combinações de acções utilizadas e os modelos de resistência que permitem avaliar a segurança estrutural.

No Capítulo 5 é apresentado o caso de estudo, composto por três soluções estruturais: estrutura original, contraventada e não contraventada. Primeiro, caracterizam-se as soluções estruturais e descreve-se a metodologia utilizada para a modelação das características mecânicas do material estrutural e das acções, a nível semi-probabilístico e probabilístico. De seguida, apresenta-se o dimensionamento estrutural, realizado por intermédio dos Eurocódigos, identificando-se as principais diferenças entre as soluções. Seguidamente, apresenta-se o estudo semi-probabilístico da robustez, por intermédio de um indicador que avalia a segurança estrutural, identificando-se os elementos estruturais condicionantes. Posteriormente é efectuada uma avaliação probabilística da segurança, descrevendo-se também os elementos estruturais condicionantes, e comparando-se o índice de fiabilidade das estruturas dimensionadas com os índices de fiabilidade alvo preconizados no IPQ (2009a) e JCSS (2000). Por fim, é comparada a avaliação da segurança semi-probabilística com a probabilística.

Por fim, no Capítulo 6 são tecidas considerações finais sobre o trabalho e apresentadas as propostas de desenvolvimentos futuros.



## Capítulo 2

# Robustez Estrutural

### 2.1 Aspectos Gerais

Num sentido mais abstracto, a robustez está relacionada com a capacidade de um sistema em reduzir as consequências de um determinado dano a partes do sistema, de modo a minimizar as perdas de funcionalidade do sistema e as suas consequências (Faber, 2010). Este é um termo que se tem desenvolvido durante as últimas décadas devido a importantes acidentes ocorridos, para os quais não se possuía uma resposta imediata. Assim, Biondini *et al.* (2008) afirmam que os primeiros desenvolvimentos neste campo surgiram em 1968 com o edifício Ronan Point em Londres (Figura 2.1), depois de uma relativamente pequena explosão de gás que conduziu a um colapso parcial da estrutura. Mais recentemente, outros colapsos de edifícios, como o Alfred P. Murrah (1995) (Figura 2.2 a)) e as torres gémeas do World Trade Center (2001) (Figura 2.2 b)), suscitaram uma nova ênfase para uma adicional investigação no desenvolvimento de novos conceitos e métodos nesta área. Especificamente após o colapso das torres gémeas do World Trade Center, o mesmo conceito obteve um grande desenvolvimento, em primeiro lugar devido às graves consequências relacionadas com a falha de estruturas importantes e, em segundo lugar, porque as consequências devido a colapsos estruturais podem exceder, em larga escala, os custos de reconstrução (Sørensen, 2010).



Figura 2.1: Ronan Point (Enotes, 2011)



(a) Alfred P. Murrah (Encyclopaedia Britannica, 2011)



(b) World Trade Center (Dailymail, 2011)

Figura 2.2: Acidentes estruturais

É de notar a grande importância deste conceito em Engenharia Civil pois as estruturas, para além de serem devidamente integradas, configuradas e fiáveis, devem ser económicas, duráveis e robustas (SIA, 2003).

Frequentemente, e apesar de esta noção estar parcialmente incluída na maior parte dos regulamentos estruturais actualmente existentes, o termo é alvo de interpretações algo confusas. Assim, a robustez estrutural está relacionada com a capacidade de um determinado sistema sustentar um determinado estado de dano sujeito às condições de exposição predominantes, limitando as suas consequências às consequências directas (geralmente consideradas como proporcionais ao dano) (Faber, 2007). Deste modo, Neves (2010) destaca como principal objectivo deste conceito a redução da probabilidade de ocorrência de acidentes graves, salientando que é aceitável, e até expectável, que um determinado acidente provoque danos nas estruturas, mas é bastante importante garantir que estes não são excessivos ou desproporcionados quando comparados com a sua origem.

Um dos motivos do recente aumento de interesse em relação à análise da robustez prende-se com o facto de as principais razões que desencadeiam os colapsos serem, segundo Canisius *et al.* (2007):

- Cargas inesperadas - podendo ser causadas devido à utilização das estruturas de uma forma diferente da concebida ou devido a cargas acidentais, entre outras;
- Erros de dimensionamento - podem resultar de erros humanos, nomeadamente dos projectistas;
- Erros durante a execução - causados pelos trabalhadores nas obras, quer por culpa própria, quer devido a interpretações diferentes do projecto;
- Deterioração imprevista - podendo ser induzida devido a uma insuficiente análise da zona onde se desenvolve a estrutura, resultando na utilização de materiais não adequados à localização;

- Insuficiente manutenção - causada por negligência técnica ou por falta de informação acerca dos materiais utilizados na estrutura.

Segundo Canisius *et al.* (2007) não é possível efectuar um correcto dimensionamento para estas situações utilizando os formatos convencionais de verificação da segurança baseada nos regulamentos. Esta situação advém do facto de, nos regulamentos actuais, a segurança ser efectuada a nível local (elemento a elemento) de acordo com os coeficientes parciais de segurança, sendo a segurança a um nível global considerada apenas implicitamente. Desta forma, o pressuposto que a resistência adequada de uma estrutura é assegurada pela segurança dos seus elementos é geralmente inválida (Starossek e Wolff, 2005).

O Eurocódigo (IPQ, 2009a) apresenta o conceito de robustez afirmando que “as estruturas devem ser projectadas e construídas de forma a que os danos causados por acidentes como explosões, impactos e consequências humanas, não sejam desproporcionados em relação às causas que os originaram”. Desta forma, os danos potenciais devem ser limitados, adoptando uma solução estrutural e um dimensionamento que permitam que a estrutura subsista adequadamente à perda accidental de um elemento isolado ou de uma parte limitada da estrutura, ou à ocorrência de danos localizados de dimensão aceitável.

Segundo Fink *et al.* (2010) a semelhança entre os diferentes conceitos é óbvia, sendo que todos descrevem a robustez baseada na relação entre o acidente e as suas consequências. O mesmo autor refere que as definições são adequadas se os termos como tipo do evento, dano, falha, razoável e desproporcional forem usados com o mesmo sentido.

Munch-Andersen e Dietsch (2009) afirmam estar demonstrado que a robustez não é um conceito simples, pois a melhor estratégia para a sua consideração depende da causa da falha, que não é conhecida durante o planeamento e dimensionamento.

A robustez estrutural pode então ser entendida, segundo Sørensen (2010), como estando directamente relacionada com a prevenção e redução de consequências indirectas (geralmente consideradas como desproporcionais ao dano), como o colapso estrutural, no caso de ocorrer um dano local. É deste modo que o autor defende que as regras de dimensionamento focadas na análise da robustez podem também ser vistas como regras ou requisitos adicionais, para os códigos específicos básicos, para a verificação das componentes individuais/modos de falha, a fim de garantir que a estrutura é considerada como um sistema que possui uma fiabilidade satisfatória. Faber (2010) salienta que, em relação à robustez estrutural, os regulamentos podem ser bastante melhorados, sendo para tal necessário que a verificação da segurança à robustez tenha em consideração, para além das questões estruturais e de protecção passiva, a monitorização, o controlo e as medidas organizativas, devendo estas ser claramente identificadas e descritas nos regulamentos, tendo em conta as características da estrutura e da sua utilização, ao longo do tempo de vida útil.

Destas análises resulta um conceito que define a robustez em termos da capacidade que a estrutura tem de, após a ocorrência de um acidente, limitar as suas consequências,

entendo-se por consequências as humanas, económicas e sociais. A limitação das consequências não é um parâmetro fixo, sendo aceitável aquilo que, face ao acontecimento ocorrido, a sociedade considere de aceitável ou não. Sørensen (2010) afirma que a dimensão das consequências geradas dependem, não apenas das características internas da estrutura, mas também das medidas activas e passivas para a redução dos prejuízos, bem como as possíveis não conformidades com os pressupostos de dimensionamento devido à qualidade de execução e ou manutenção. Segundo o mesmo autor, as consequências de um colapso estrutural dependem fortemente do cenário de eventos específico, começando com um evento desencadeador durante uma complexa série de eventos intermediários, envolvendo mais danos localizados que, finalmente, conduzem ao colapso.

Um dimensionamento que considere a robustez pode ser conseguido através de duas estratégias: prevenir ou limitar os danos. A prevenção de danos é a medida que é adoptada tradicionalmente pelos códigos estruturais que consideram o aumento da redundância e a remoção de ligações/elementos menos resistentes, assegurando uma boa interligação entre todos os elementos estruturais e conduzindo a um maior número de caminhos de carga. Esta medida, pode tornar-se pouco fiável quando ocorre um determinado dano na estrutura, pois este será propagado para outras partes da estrutura, aumentando as suas consequências. Por outro lado, a filosofia adaptada por códigos sísmicos modernos, como a FEMA (2002), adoptam a limitação de danos, que se associa ao termo compartimentação. Estes consideram propositadamente a introdução de ligações e elementos menos resistentes de forma a que, quando ocorra uma falha, esta fique limitada a uma parte da estrutura, limitando assim as suas consequências. As diferentes estratégias aplicam-se a diferentes situações, conforme possa ser a origem do dano, não existindo uma estratégia única para todas as situações (Starossek, 2006; Neves e Branco, 2010).

Associado à quantificação da robustez encontram-se dois pontos de vista para o conceito de robustez estrutural: um primeiro que considera a robustez como uma propriedade estrutural, relacionando-se com o comportamento estrutural depois de determinado estado de dano ocorrer, e um segundo que considera este conceito como uma propriedade da estrutura e do meio onde se encontra inserida, incluindo a análise das consequências indirectas, dos meios social e económico, entre outros (Cavaco *et al.*, 2010). Deste modo, uma estrutura pode ser considerada robusta segundo o primeiro ponto de vista e não ser perante o segundo, pois o segundo ponto de vista depende das possíveis consequências associadas à falha da estrutura. Assim, a quantificação da robustez é possível através de quatro diferentes análises: determinística, semi-probabilística, probabilística e de risco, sendo que as três primeiras estão relacionadas com o primeiro ponto de vista e a análise de risco com o segundo. A primeira análise é uma medida determinística baseada no comportamento estrutural, utilizada para averiguar a reserva de resistência da estrutura perante determinado estado de dano. A segunda corresponde a avaliar uma acção accidental, mas não permite a sua quantificação, apenas permite avaliar se verifica ou não a segurança. A terceira pode ser efectuada, simplificada, através da comparação da segurança da estrutura intacta, com a estrutura sujeita à remoção de um elemento estrutural, determinando-se um índice de robustez probabilístico que contempla a fiabilidade da estrutura perante uma

situação de dano. A última é uma análise de difícil execução pois baseia-se na avaliação de consequências, perante determinado evento, sendo a sua aplicação bastante útil para estruturas, cujo colapso total ou parcial, provoquem um grande impacto na sociedade.

## 2.2 Aspectos Estruturais associados à Robustez

Para Sørensen (2010), a robustez encontra-se directamente interligada com os aspectos estruturais internos como a redundância, o colapso progressivo, a ductilidade e os elementos chave, pelo que estes conceitos serão de seguida descritos.

### 2.2.1 Redundância

Os termos redundância e robustez estão directamente relacionados e interligados. Segundo Fink *et al.* (2010), uma estrutura pode ser designada por redundante se a falha de uma componente em particular não possui qualquer influência destrutiva na restante estrutura.

Para Biondini *et al.* (2008), o termo pode ser definido como a capacidade do sistema em redistribuir, pelos restantes membros, a carga que os membros danificados não conseguem sustentar.

Geralmente ao termo redundância está associado o grau de indeterminação estática mas, segundo Frangopol e Curley (1987), têm sido demonstrado que o grau de indeterminação estática não é uma medida consistente para avaliar a redundância estrutural, uma vez que, para algumas estruturas com um baixo grau de indeterminação estática é possível obter uma melhor redundância do que com elevados graus de hiperestaticidade, pois esta depende, essencialmente, da tipologia estrutural, das dimensões dos componentes da estrutura, das propriedades do material, das cargas aplicadas e ordem de aplicação das cargas.

Em princípio, seria de esperar que os sistemas redundantes fossem mais robustos do que os não-redundantes mas, para Sørensen (2010), não é o que se verifica sempre, sendo as falhas da Siemens Ballerup Arena e da Bad Reichenhall Ice-Arena exemplos disso.

A estrutura da Siemens Arena sofreu erros grosseiros no dimensionamento estrutural, reduzindo a capacidade de carga do ponto central da treliça entre 25% e 30% do requerido (Dietsch e Munch-Andersen, 2010). Devido a isto, duas grandes treliças entraram em colapso sem aviso prévio (comportamento frágil) quando estavam sujeitas a cargas variáveis relativamente pequenas. Durante o seu dimensionamento foi decidido que as madres entre treliças deveriam ter uma ligação pouco rígida às treliças, assim a falha de uma treliça não deveria iniciar o colapso progressivo da estrutura, sendo que esta estratégia funcionou bem porque apenas duas das doze treliças colapsaram (Dietsch e Munch-Andersen, 2010). Considerando-se que as treliças possuíam muito pouca resistência em comparação com o requerido, conclui-se que a extensão do colapso não foi desproporcional à causa (Munch-Andersen e Dietsch, 2009). Porém, se tivesse sido adoptada uma estratégia de redistribuição de cargas para as treliças adjacentes, o

cenário mais provável seria o colapso progressivo, já que as treliças adjacentes não teriam capacidade de sustentar o acréscimo de carga transferida da treliça que colapsou (Dietsch e Munch-Andersen, 2010).

Em relação à Bad Reichenhall Ice-Arena, a estrutura sofreu múltiplos erros de projecto e de construção, incluindo a acumulação de processos de degradação nas juntas devido à exposição à humidade durante vários anos. Este evento desencadeou o colapso progressivo de toda a cobertura depois de aproximadamente 34 anos de uso sobre uma carga elevada de neve. Após o colapso de uma viga, as outras vigas não conseguiram resistir, uma vez que houve uma redistribuição de cargas para as vigas adjacentes que também estavam sujeitas às mesmas condições. Assim, desencadeou-se o fenómeno de colapso progressivo em segundos (Dietsch e Munch-Andersen, 2010).

Em conclusão é possível afirmar que apesar do Siemens Arena apresentar uma estrutura isostática, apresentou-se mais robusta quando comparada com a Bad Reichenhall Ice-Arena (Dietsch e Munch-Andersen, 2010).

### 2.2.2 Colapso Progressivo

A uma estrutura menos robusta está também associado o conceito de colapso progressivo. Este conceito pode ser entendido como sendo um típico exemplo de consequências desproporcionadas, onde um evento desencadeador conduz ao colapso de toda a estrutura, resultando num efeito vulgarmente conhecido como efeito “dominó”.

Segundo Starossek (2007), o colapso progressivo de estruturas é caracterizado por uma desproporção entre o evento desencadeador e o colapso ocorrido, existindo, portanto, diferentes tipos de colapso progressivo, como os apresentados de seguida:

- *Pancake-type collapse;*
- *Zipper-type collapse;*
- *Domino-type collapse;*
- *Section-type collapse;*
- *Instability-type collapse;*
- *Mixed-type collapse.*

É de salientar que ao conceito de colapso progressivo está relacionado o de acção de propagação, uma vez que, após o evento desencadeador ocorrer, existe uma propagação da acção aos outros elementos do sistema conduzindo-os também ao colapso.

De seguida serão explicados os tipos de colapso progressivo apresentados, segundo Starossek (2007).



***Pancake-type collapse***

Este tipo de colapso progressivo pode ser exemplificado pelo colapso das torres gêmeas do World Trade Center e caracteriza-se por uma falha inicial dos elementos estruturais verticais, seguida da queda e separação parcial ou total das componentes da estrutura num movimento vertical de corpo-rígido, transformando a energia potencial em energia cinética. Por sua vez, as componentes estruturais separadas e em queda atingem a restante estrutura, conduzindo à falha de mais elementos, progredindo o colapso na direcção vertical.

***Zipper-type collapse***

Um exemplo deste tipo de colapso progressivo é o colapso da Tacoma Narrows Bridge e apresenta como característica a falha inicial de um ou de poucos elementos estruturais, existindo uma redistribuição de cargas aos elementos na sua proximidade, conduzindo a que, devido à combinação dos efeitos estáticos e dinâmicos, estes entrem em rotura, progredindo o colapso na direcção transversal às das forças que levaram os elementos iniciais à rotura.

***Domino-type collapse***

Este caso de colapso é dos mais conhecidos pela sociedade, desenvolvendo-se com a queda inicial de um elemento através de um movimento de corpo-rígido angular em torno de uma extremidade inferior, transformando a energia potencial em energia cinética, e conduzindo ao impacto da extremidade superior do elemento inicialmente em queda, na face lateral de um elemento adjacente. O colapso progride na direcção dos outros elementos adjacentes.

***Section-type collapse***

Este tipo de colapso progressivo pode ser, simplificada, entendido como uma fractura rápida. Por exemplo, imagine-se uma viga sujeita a um momento flector, quando uma parte da secção transversal é suprimida, as forças internas transmitidas por essa parte são redistribuídas para a restante secção transversal. O correspondente aumento de tensão em algumas zonas pode causar a rotura das restantes partes da secção transversal contribuindo para um colapso progressivo de toda a secção transversal.

As características deste tipo de colapso é muito semelhante ao *Zipper-type collapse*, sendo que neste caso o colapso desenvolve-se na secção transversal de um específico elemento, em vez de ser em toda a estrutura.

***Instability-type collapse***

A instabilidade das estruturas é caracterizada por perturbações, como por exemplo as imperfeições e o carregamento transversal, que conduzem a grandes deformações ou mesmo até ao colapso de elementos comprimidos previamente estabilizados. Assim, é possível observar que apresenta como característica a falha inicial dos elementos de

contraventamento, que estabilizam os elementos comprimidos, seguindo-se a instabilização e falha repentina destes elementos comprimidos, progredindo a falha a outros elementos.

### ***Mixed-type collapse***

Alguns dos acidentes ocorridos relacionados com o colapso progressivo não se encaixam perfeitamente dentro das categorias apresentadas anteriormente. Por exemplo, o colapso parcial do edifício A. P. Murrah Federal Building em Oklahoma (1995) parece haver características envolvidas dos tipos *pancake-type collapse* e *domino-type collapse*.

Assim, em certos tipos de estruturas é possível identificar características combinadas das quatro categorias básicas de colapso progressivo, como *pancake type*, *zipper-type*, *domino-type* e *instability-type* contribuindo para a falha progressiva.

### **2.2.3 Ductilidade**

Ductilidade é a propriedade que representa a capacidade do material deformar plasticamente sem apresentar rotura. Um material, considerado dúctil, possui a capacidade de se deformar sob tensão constante.

É sabido que os sistemas estruturais podem redistribuir forças internamente devido à sua capacidade dúctil. Assim, esta característica estrutural permite que os membros estruturais e as ligações entre membros, mantenham a sua resistência, a grandes deformações, para que a redistribuição de cargas tenha lugar (Sørensen, 2010). Nas estruturas de madeira, esta capacidade está concentrada nas ligações, pois os elementos estruturais, de uma forma geral, não possuem capacidade dúctil. Deste modo, é através da ductilidade das ligações que as estruturas de madeira conseguem redistribuir as forças internas para outras partes da estrutura.

Segundo Kirkegaard *et al.* (2010) a ductilidade é considerada pelos Eurocódigos apenas para estruturas de betão e de aço, não sendo considerada nas estruturas de madeira pois, neste material, esta propriedade depende da consideração de uma ligação semi-rígida, que evite a formação de falhas prematuras frágeis e que, nos sistemas hiperestáticos, permita a redistribuição de forças para outros elementos estruturais, fornecendo assim uma margem extra de segurança.

### **2.2.4 Elementos-Chave**

Por elementos-chave entendem-se os elementos cuja remoção compromete a segurança global da estrutura, como por exemplo, os pilares.

Segundo Starossek e Wolff (2005) um elemento é identificado como elemento chave se ao remover um elemento estrutural a extensão aceitável da progressão do colapso é excedida. Deste modo, uma das formas de evitar o colapso progressivo passa pela identificação e dimensionamento, de todos os elementos chave, com o máximo de segurança contra possíveis falhas nestes elementos.

### 2.2.5 Resistência ao Colapso

Segundo Starossek e Wolff (2005), a avaliação de uma estrutura na óptica da resistência ao colapso deve apresentar os seguintes critérios de dimensionamento:

1. Necessidade da resistência ao colapso, dependendo das consequências de colapso da e do grau de exposição em relação a acções de guerra, ataques terroristas, desastres naturais, etc.;
2. Objectivos de dimensionamento e de funcionalidade da estrutura;
3. Estratégias de dimensionamento para melhorar a segurança estrutural;
4. Procedimentos de verificação.

Depois de ser definida a necessidade de resistência ao colapso, se se entender que existe tal necessidade, então devem ser especificados os objectivos de dimensionamento e, posteriormente, podem ser aplicadas as seguintes estratégias de dimensionamento (Starossek e Wolff, 2005):

1. Aumentar a segurança contra as falhas locais, através de resistência local específica dos elementos chave ou através de medidas de protecção não-estruturais;
2. Dimensionar a estrutura considerando a ocorrência de uma falha local, de forma a que se desenvolvam caminhos alternativos de redistribuição da carga, aumentando assim a redundância estrutural, ou limitando as falhas locais isolando o colapso local da restante estrutura, sendo que esta última medida pode ser implementada através da utilização de libertações (como rótulas) em locais estratégicos;
3. Dimensionar a estrutura por intermédio de regras de dimensionamento prescritas.

O aumento da segurança contra as falhas locais pode ser adquirido fornecendo a máxima segurança contra a falha de todos os elementos-chave. Este nível de segurança deve ser preferencialmente assegurado através do fornecimento de resistência local especificamente nos elementos-chave. Se esta resistência local não for possível atingir ou se for necessário um esforço desproporcionado, a segurança pode ser atingida através de medidas protectoras não estruturais como por exemplo, barreiras protectoras contra impactos de veículos, limitar e controlar o acesso público, entre outras (Starossek e Wolff, 2005).

O dimensionamento da estrutura considerando a ocorrência de uma falha local deve ser realizado considerando a remoção de um elemento chave. Assim, é previsível que os elementos adjacentes fiquem sujeitos a um aumento de carga, resultando um sobredimensionamento destes elementos.

## 2.3 Robustez Estrutural em Estruturas de Madeira

A madeira é um material de construção com um conjunto de vantagens, tanto a nível arquitectónico e estrutural, como a nível da trabalhabilidade e sustentabilidade, se for feita uma correcta gestão florestal.

Uma das propriedades físicas mais importantes do material é o peso específico baixo, quando comparado com outros materiais de construção. O baixo peso específico conduz a uma boa relação peso-resistência, sendo este um grande benefício para a estrutura.

A nível mecânico, é um material heterogéneo e anisotrópico que possui defeitos de crescimento e de processamento, como anéis, nós, bolsas de resina, entre outros, não resistindo do mesmo modo a esforços nas diferentes direcções.

Uma forma de ultrapassar os problemas do material, como a limitação da geometria e comprimento dos vãos, defeitos, entre outros, foi o desenvolvimento de lamelados colados no século XX por Otto Hetzer (Branco, 2006). Os elementos lamelados colados são compostos por lamelas de madeira sobrepostas e coladas sob pressão com o fio na direcção longitudinal. Estes apresentam como principais vantagens: permitirem maiores secções transversais, elementos com inércia variável, realização de elementos curvos, reduzir os impactos dos defeitos, possuir um maior controlo no teor em água e permitir colocar madeira de melhor qualidade nas zonas mais tensionadas.

A utilização deste material na construção requer um profundo conhecimento sobre os modos de rotura (apresentados na Tabela 2.1 para a madeira lamelada colada) e, devido ao seu comportamento em geral frágil, deve ser considerado na modelação como possuindo um comportamento elástico linear. A existência de fibras numa determinada direcção conduz a que a resistência da madeira seja diferente dependendo sobre que eixo os esforços desenvolvem-se. Assim, podem existir solicitações axiais na direcção paralela ou perpendicular às fibras.

Tabela 2.1: Modos de rotura para madeira lamelada colada (JCSS, 2006)

Tipo de Solicitação	Modo de Rotura
Flexão	Frágil
Tracção paralela ao fio	Frágil
Tracção perpendicular ao fio	Frágil
Compressão paralela ao fio	Dúctil
Compressão perpendicular ao fio	Dúctil
Corte	Frágil

Nas estruturas de madeira, o termo robustez teve especial desenvolvimento após graves acidentes, como os colapsos da cobertura da Ice-Arena em Bad Reichenhall e da Siemens Arena terem ocorrido (Munch-Andersen e Dietsch, 2009).

Nas estruturas de madeira, assim como nas outras, os conceitos de ductilidade, redundância, elementos chave, alternância de caminhos de carga, etc. são também cruciais na análise da robustez. A estes conceitos deve acrescentar-se o comportamento das ligações que, em estruturas de madeira, têm uma importância acrescida, uma vez que são os elementos que conseguem fornecer ductilidade à estrutura.

A madeira possui alguma ductilidade quando sujeita a esforços de compressão, mas para outros tipo de tensão, a maneira mais adequada de atingir uma grande ductilidade é conseguida tirando parte da plasticidade dos conectores metálicos, sendo assim possível dimensionar a estrutura de forma a que o colapso seja governado por falhas mecânicas das ligações. Este aspecto torna especial importância no comportamento sísmico das estruturas de madeira (Kirkegaard *et al.*, 2010).

De acordo com Blass e Frese (2007) e Dietsch e Winter (2009) as maiores falhas das estruturas de madeira não são causadas por defeitos locais, mas sim por defeitos globais provenientes de erros sistemáticos, como o enfraquecimento global dos elementos estruturais, devido a repetidos erros. Deste modo, as estruturas que poderão sofrer com os efeitos globais dos danos não são capazes de suportar uma grande transferência de cargas para os membros adjacentes e, portanto, serão mais propensas ao colapso progressivo (Dietsch e Munch-Andersen, 2010). Assim, a estratégia de prevenir os danos, associada à criação de caminhos de carga alternativos, pode em certas circunstâncias não prevenir, mas contribuir para a progressão do colapso (Starossek, 2006).

A alternativa a esta estratégia, encontra-se na filosofia de limitação de danos através da compartimentação, sendo a abordagem preferida nos casos de não ser conseguida a resistência e rigidez necessária para a formação de caminhos de carga alternativos no caso de falha de um elemento (Dietsch e Munch-Andersen, 2010). Deste modo, ao ocorrer a falha num elemento, esta fica limitada a uma determinada parte da estrutura ou elemento, não interferindo com a restante.

Em conclusão, é possível afirmar que não existe uma estratégia que assegure a robustez em todos os casos, devendo ser adoptada uma estratégia conforme a provisão da propensão da estrutura a falhas e qual a sua origem. Dietsch e Munch-Andersen (2010) referem uma ligação entre as estratégias de robustez a adoptar e as possíveis causas da falha. Deste modo, os autores afirmam que para efeitos provenientes de falhas locais, como o enfraquecimento de um elemento ou acumulação de neve sobre um determinado elemento, a melhor estratégia será a prevenção de danos, através da redistribuição de cargas aos elementos adjacentes, podendo ser conseguido através de um sistema secundário redundante. Por outro lado, para efeitos globais, como o enfraquecimento global da estrutura devido a erros sistemáticos ou deteriorização global dos elementos devido a uma errada consideração das condições climáticas, a melhor estratégia é a limitação dos danos, podendo ser conseguida através da compartimentação.

## 2.4 Quantificação da Robustez

Durante os últimas décadas foram desenvolvidos vários métodos para quantificar a robustez estrutural. Geralmente a verificação da robustez é efectuada, simplificada, considerando a possibilidade de um determinado elemento poder ser removido ou danificado, sendo efectuadas as verificações de segurança para os restantes elementos estruturais. Considera-se que a estrutura deve verificar a segurança estrutural, em relação aos estados limites últimos, com uma determinada margem de segurança que seja suficiente para fornecer boas garantias de segurança, aquando da reparação da estrutura (Neves e Cruz, 2001). A principal limitação desta metodologia têm a haver com a definição das consequências do dano de um modo binário: ou há consequências ou não (Neves, 2010). Alternativamente, Baker *et al.* (2008) propuseram uma metodologia baseada na análise de risco.

Deste modo, a definição de índice de robustez pode ser dividida em diferentes níveis, de acordo com a sua complexidade:

- Índice de robustez determinístico - relaciona-se com a análise do comportamento estrutural, avaliando a reserva de resistência para uma estrutura, perante uma situação accidental;
- Índice de robustez semi-probabilístico - aborda a avaliação da segurança, para a remoção de um elemento, como uma acção accidental;
- Índice de robustez probabilístico - baseia-se na comparação das probabilidades de falha de um sistema estrutural para uma estrutura não danificada e para uma estrutura danificada;
- Índice de robustez baseado no risco - tem por base uma análise de risco completa onde as consequências são divididas em riscos directos e indirectos;

### 2.4.1 Índice de Robustez Determinístico

As análises determinísticas não incluem, directamente na sua formulação, a variabilidade das resistências e das acções, sendo a incerteza de ambas considerada num único coeficiente de segurança (Neves e Cruz, 2001).

A obtenção do índice de robustez, por intermédio destas análises, baseia-se na análise do comportamento estrutural. Este índice relaciona o desempenho estrutural entre um sistema intacto e um danificado, traduzindo a reserva de resistência que uma estrutura danificada possui.

#### Frangopol e Curley (1987)

Os autores propõem a definição de um índice de robustez com base num factor de redundância ( $R$ ), através da avaliação das cargas que provocam o colapso estrutural:

$$R = \frac{L_{intacta}}{L_{intacta} - L_{danificada}} \quad (2.1)$$

onde  $L_{intacta}$  e  $L_{danificada}$  representam a carga de colapso estrutural global para a estrutura intacta e danificada, considerando um estado de dano em um ou mais elementos, respectivamente. Este factor varia entre a unidade e infinito, sendo que o valor unitário representa que a estrutura danificada não possui reserva de resistência, enquanto que infinito traduz a não influência do dano na reserva de resistência estrutural.

### Biondini e Restelli (2008)

Biondini e Restelli (2008) propuseram um índice de robustez que pode ser utilizado quando um evento ordinário, como a exposição à deteriorização, é considerada:

$$\rho = \frac{f_0}{f_d} \quad (2.2)$$

sendo  $\rho$  o índice de robustez,  $f_0$  e  $f_d$  os indicadores de desempenho estrutural para o sistema não danificado e deteriorado, respectivamente.

Saliente-se que para avaliar a robustez, os autores comparam vários indicadores de desempenho estrutural, considerando os estados não danificado e níveis de corrosão desde os 0% até aos 100%. Deste modo, o dano é considerado como uma variável contínua, não existindo um único índice de robustez, pois para cada nível de corrosão existe um nível determinístico de robustez.

### 2.4.2 Índice de Robustez Semi-Probabilístico

A determinação do índice de robustez ao nível semi-probabilístico baseia-se na avaliação da segurança para uma situação de estrutura danificada, assumindo-se como hipótese simplificativa a remoção de um elemento estrutural, sendo a segurança dos restantes membros estruturais avaliada individualmente para cada membro de acordo com a situação de projecto accidental, através da consideração de coeficientes parciais de segurança. A grande vantagem na utilização deste tipo de quantificação é o facto de este método possuir uma aplicabilidade relativamente simples, não sendo necessária a utilização de métodos probabilísticos para a sua aplicação, por outro lado apresenta como principal limitação a impossibilidade de quantificação da robustez, apenas avaliando a segurança de um modo binário: verifica ou não verifica.

### 2.4.3 Índice de Robustez Probabilístico

Na bibliografia é possível encontrar diversos métodos, tendo como objectivo a quantificação da robustez por intermédio de análises probabilísticas. Estes métodos apresentam como vantagem serem mais completos do que os previamente apresentados, pois permitem efectivamente um nível quantitativo associado à robustez. Como principal

desvantagem, apresentam o facto de não entrarem em consideração com as consequências de colapso e de serem mais uma medida de redundância do que de risco.

### Frangopol e Curley (1987)

Frangopol e Curley (1987) propuseram um índice de redundância ( $\beta_r$ ) dado por:

$$\beta_r = \frac{\beta_i}{\beta_i - \beta_d} \quad (2.3)$$

onde  $\beta_i$  é o índice de fiabilidade para um sistema estrutural intacto e  $\beta_d$  é o índice de fiabilidade para um sistema danificado.

Este índice propõe então uma medida da robustez/redundância para dado sistema estrutural, tomando valores entre 1 e infinito, sendo que valores próximos de infinito indicam uma maior robustez.

### Lind (1995)

Lind (1995) propôs um índice de vulnerabilidade para avaliar a robustez. Este índice traduz a perda da fiabilidade estrutural e baseia-se no quociente entre a probabilidade de rotura ( $P()$ ) de um sistema no estado danificado ( $r_d$ ) e no estado intacto ( $r_0$ ) para as mesmas acções ( $S$ ).

$$V = \frac{P(r_d, S)}{P(r_0, S)} \quad (2.4)$$

O presente índice pode variar entre 0 e 1, sendo que 0 indica que a estrutura não é robusta e 1 que esta é muito robusta.

### Cavaco *et al.* (2010)

Cavaco *et al.* (2010) propõem um índice de robustez ( $I_R$ ) ao nível da capacidade de carga, baseado na perda de desempenho estrutural após ocorrência de um dano.

$$I_R = \int_{D=0}^{D=1} f(D) dD \quad (2.5)$$

onde  $D$  é o dano normalizado e  $f(D)$  o indicador baseado no desempenho estrutural, mais especificamente, a curva que corresponde ao desempenho estrutural normalizado.

Este índice varia entre 0 e 1, sendo que 0 representa que um dano mínimo conduz a perda total de desempenho estrutural e 1 significa que o dano não produz influência no desempenho estrutural.



#### 2.4.4 Índice de Robustez baseado no Risco

A quantificação da robustez baseada na análise de risco é a formulação mais completa, pois considera o risco directo e indirecto, sendo estes obtidos por intermédio de cálculo probabilístico. Por outro lado, a sua aplicação requer uma análise complexa do risco, o que torna este método, correntemente, pouco prático. O risco é então definido pelo produto da probabilidade de dado evento ocorrer ( $P$ ) pelas consequências dessa mesma ocorrência ( $C$ ).

$$\text{Risco} = P \cdot C \quad (2.6)$$

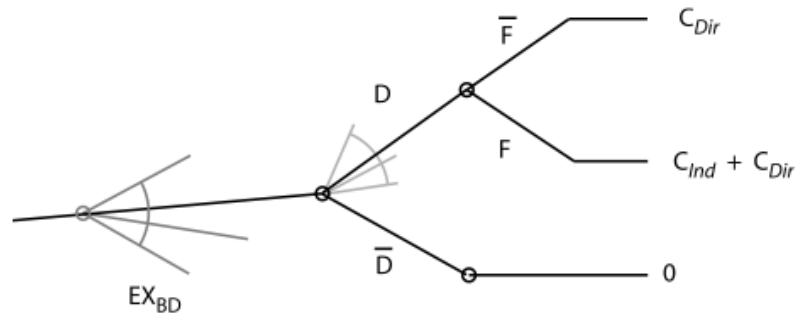


Figura 2.3: Árvore de eventos (Baker *et al.*, 2008)

Uma das formas de analisar a probabilidade de um determinado evento ocorrer e as suas consequências, passa pela definição da árvore de eventos, como a apresentada na Figura 2.3. Esta pode ser interpretada considerando que, inicialmente, a estrutura possui determinada probabilidade de estar exposta a um evento, que tem o potencial de danificar componentes estruturais:  $EX_{BD}$ . Se o evento ocorrer, então a estrutura pode não sofrer nenhum dano ( $\bar{D}$ ) e a análise acaba, sem consequências, mas por outro lado, a estrutura pode estar sujeita a uma variedade de estados de dano,  $D$ . Para cada um dos estados de dano existe a probabilidade de resultar na falha do sistema  $F$ . As consequências estão associadas a cada possível dano e cenários de falha e são classificadas como directas  $C_{Dir}$  ou indirectas  $C_{Ind}$  (JCSS, 2000; Baker *et al.*, 2008).

As consequências apresentam-se separadas em directas e indirectas, sendo as consequências directas definidas como associadas aos danos locais, resultantes do dano inicial, enquanto que as consequências indirectas estão associadas a sistemas de falha subsequentes. Geralmente, as consequências directas são consideradas proporcionais ao dano inicial, podendo as indirectas ser desproporcionais em relação ao estrago inicial.

Desta forma, o índice de robustez proposto por Baker *et al.* (2008) é dado por:

$$I_{rob} = \frac{R_{dir}}{R_{dir} + R_{ind}} \quad (2.7)$$

sendo  $R_{dir}$  o risco directo associado e  $R_{ind}$  o risco indirecto associado.

O presente índice varia entre 0 e 1, sendo que, quanto maior o seu valor, mais robusta será a estrutura e, consequentemente, menor será o risco indirecto, sendo o risco predominantemente directo.

Saliente-se que o presente índice mede apenas o risco relativo devido às consequências indirectas pois, no caso de não existir risco indirecto, o índice revela que a estrutura é robusta, devendo a aceitação do risco directo ser determinada através de outros critérios, antes de ser analisada a robustez. Também é possível interpretar que o sistema pode ser considerado robusto se o risco directo for extremamente elevado (e, portanto, grande em relação ao risco indirecto), sendo que este sistema deve ser rejeitado com base em critérios de fiabilidade, em vez de critérios de robustez. Por fim, note-se que o cálculo é efectuado para a probabilidade de falha do sistema danificado e para as consequências da falha mas, se o edifício for suficientemente dúctil, ocorre um pré-aviso que favorece o aumento da robustez (Baker *et al.*, 2008).

## 2.5 Análise da Robustez

De forma a ser possível analisar a robustez, é necessário introduzir o conceito de probabilidade de rotura ou de colapso estrutural no âmbito da análise da robustez. Este pode ser definido considerando a cadeia de eventos (Sørensen, 2010):

$$P(C) = \sum_i \sum_j P(C|D_j \cap EX_i) \cdot P(D_j|EX_i) \cdot P(EX_i) \quad (2.8)$$

onde  $P(EX_i)$  representa a probabilidade do evento adverso  $EX_i$  ocorrer, enquanto que  $P(D_j|EX_i)$  pode ser entendida pela probabilidade de um dano local ocorrer, sabendo que a estrutura está exposta a um evento não-favorável  $EX_i$ . O termo  $P(C|D_j \cap EX_i)$  pode ser interpretado como sendo a probabilidade de colapso dado existir um dano local derivado de uma determinada exposição.

É de salientar que a probabilidade do sistema estar exposto a determinado evento adverso,  $P(EX_i)$ , é de difícil quantificação, pois é um parâmetro que depende, para além da estrutura, do meio em que se encontra inserida e muitas vezes condicionada por erros humanos que estão directamente relacionados com a utilização da estrutura, localização da estrutura, entre outros, uma vez que pode haver uma deficiente análise, por parte dos responsáveis, sobre as condições a que a estrutura estará ou poderá estar sujeita.

O termo  $P(D_j|EX_i)$  define a vulnerabilidade da estrutura para uma certa exposição dependendo, de entre outros factores, do controlo de qualidade nas fases de dimensionamento e construção, enquanto que a parcela  $P(C|D_j \cap EX_i)$  está relacionada com a tolerância estrutural ao dano, descrevendo como a estrutura reage depois da ocorrência de determinado estado de dano (Cavaco *et al.*, 2010).

Através da análise da equação (2.8), Kirkegaard e Sørensen (2008) propõem que a diminuição da probabilidade de colapso e consequentemente o aumento da robustez podem ser conseguidas através de:

- Reduzir uma ou mais probabilidades de exposição  $P(E_1), P(E_2), \dots$ ;
- Reduzir uma ou mais probabilidades de ocorrência de danos  $P(D_1|EX_1), P(D_2|EX_2), \dots$  ou reduzir a extensão dos danos através do reforço de elementos estruturais vitais - elementos chave;
- Reduzir uma ou mais probabilidades de colapso  $P(C|D_1 \cap EX_1), P(C|D_2 \cap EX_2), \dots$  aumentando, por exemplo, a redundância da estrutura.

Saliente-se que o aumento da robustez ao nível do dimensionamento estrutural, em muitos casos, apenas leva a um aumento consideravelmente do custo do sistema estrutural. Assim, torna-se fundamental existir um equilíbrio entre haver um sistema estrutural adequado e o uso de materiais com um comportamento dúctil. Sendo, portanto, possível possuir um sistema estrutural com um custo aceitável e ao mesmo tempo robusto (Kirkegaard e Sørensen, 2008).

## 2.6 Influência do Dimensionamento Sísmico na Robustez

Os sismos são um fenómeno de vibração brusca e passageira da superfície da Terra, que resulta de movimentos das placas tectónicas, de actividade vulcânica ou por migração de gases no interior da Terra. O movimento é causado pela libertação rápida de grandes quantidades de energia gerando ondas elásticas, conhecidas por ondas sísmicas, que se propagam por toda a Terra com maior ou menor intensidade.

Os movimentos do solo induzidos pelos sismos produzem vibrações nos edifícios que, devido à sua massa, desenvolvem forças de inércia na estrutura, chamadas de forças sísmicas. De forma a suportar estas forças os edifícios devem ser capazes de resistir aos movimentos verticais e horizontais sem perderem a capacidade de desempenhar a sua função. Geralmente os edifícios com características frágeis ou extremamente rígidas não apresentam um bom desempenho face a estas acções, uma vez que uma pequena deformação pode causar uma falha na estrutura. Contudo, as estruturas dúcteis apresentam um bom desempenho a estes eventos, pois possuem a capacidade de deformar sem desenvolver grandes concentrações de tensões.

Os requisitos para obter resistência aos sismos incluem muitos dos aspectos descritos anteriormente, que contribuem para um bom nível de robustez, como sejam a ductilidade e a redundância. Na verdade, quer a análise sísmica quer a análise da robustez consideram acontecimentos com uma pequena probabilidade de ocorrer, tornando-se admissível um nível significativo de danos (Neves e Branco, 2010). Deste modo, ambas as análises partilham o mesmo objectivo principal: garantir que a estrutura sobrevive a um evento de

grande intensidade aceitando a ocorrência de danos graves, sendo que, no caso da análise sísmica, este objectivo é atingido garantindo a dissipação de energia através de rótulas plásticas distribuídas pela estrutura.

Segundo Toratti (2001), a experiência vinda da costa oeste da América do Norte e do Japão mostra que as estruturas de madeira são, de facto, muito seguras quando dimensionadas correctamente, conseguindo resistir a sismos catastróficos com poucos danos no caso dos edifícios mais recentes, sendo este desempenho conseguido devido ao baixo peso próprio, às ligações dúcteis, a uma geometria muito regular e a uma boa estabilidade lateral do edifício com um todo. Esta teoria pode ser comprovada com os dados apresentados na Tabela 2.2 que compara, para sete sismos relevantes, o número de vítimas mortais no total e nos edifícios de madeira com o número de edifícios de madeira que foram afectados.

Tabela 2.2: Resumo de casualidades em alguns dos recentes sismos (Rainer e Karacabeyli, 2000)

Sismo	Magnitude	Nr. de vitimas mortais (aprox.)		Nr. de edifícios de madeira afectados
		Total	Em edifícios de madeira	
Alaska, 1964	8,4	130	< 10	
San Fernando, 1971	6,7	63	4	100 000
Edgecumbe, 1987	6,3	0	0	7 000
Saguenay, 1988	5,7	0	0	10 000
Loma Prieta, 1989	7,1	66	0	50 000
Northridge, 1994	6,7	60	16+4	200 000
Kobe, 1995	6,8	6 300	0	8 000

A resposta à acção sísmica dos edifícios depende das características da acção sísmica no local do edifício, como a amplitude, duração e frequência, das características dinâmicas do edifício, como os modos naturais de vibração, frequências e amortecimento, com as características mecânicas do edifício, tais como a rigidez, resistência e ductilidade e com os regulamentos que foram seguidos aquando do dimensionamento (Rainer e Karacabeyli, 2000). Com base nestes factores, é possível observar algumas vantagens relacionadas com os edifícios de madeira, tais como um rácio resistência-peso elevado, um grande grau de redundância, um amortecimento e ductilidade considerável, que tornam estes edifícios seguros. Segundo Buchanan e Dean (1988) e Ceccotti (2000), nas estruturas de madeira, ao contrário de outros materiais, as ligações são normalmente mais dúcteis do que o material em si, contribuindo para que, em muitos casos, seja esta a razão para que a estrutura possuam um comportamento dúctil e, consequentemente, uma boa resposta sísmica.

Segundo Toratti (2001), o dimensionamento sísmico das estruturas de madeira é muito semelhante ao dimensionamento para outras cargas laterais como, por exemplo, para a acção do vento, pois as cargas laterais são transferidas para as fundações através de pisos com um comportamento de diafragma e de paredes de corte. A diferença reside no facto de a acção do vento ser uma pressão aplicada na parede externa enquanto que na acção sísmica

as cargas são aplicadas às massas do edifício e direccionadas principalmente aos pisos. Esta acção é cíclica, onde a direcção do carregamento muda constantemente e simultaneamente na direcção horizontal e vertical, devendo por isto os elementos estruturais serem ligados uns aos outros sem terem capacidade de se movimentarem.

O dimensionamento de uma estrutura às acções sísmicas, pelo EC8 (IPQ, 2010), propõe alguns conceitos como a simplicidade estrutural, uniformidade, simetria, redundância, ductilidade e resistência, garantindo a interligação de toda a estrutura, que conduzem à existência de caminhos de carga alternativos, que por sua vez é um dos conceitos mais importantes no dimensionamento à robustez. Esta filosofia mostra-se muito positiva quanto à prevenção de danos mas, à luz da limitação de danos, o aumento da redundância e a remoção das articulações mais fracas entre elementos e partes da estrutura pode permitir que os danos se propaguem para outros elementos da estrutura, podendo conduzir ao colapso progressivo da estrutura, aumentando assim os custos em caso de fracasso (Neves e Branco, 2010).

### 2.6.1 Dimensionamento Sísmico

A bibliografia específica sobre este assunto é consensual quanto às características que as estruturas devem possuir, por forma a apresentar um bom desempenho quando solicitadas pela acção sísmica. Estas características passam essencialmente pela simplicidade estrutural, uniformidade, simetria, redundância, ductilidade, resistência e rigidez bidireccional e à torção, comportamento de diafragma nos pisos e fundações adequadas.

A simplicidade estrutural e a uniformidade são características importantes para estes eventos pois, em geral, permitem obter um caminho claro e directo para a transmissão das forças sísmicas, evitando a concentração de tensões, o que torna o dimensionamento sísmico mais acessível.

Em relação à redundância, esta permite uma favorável redistribuição dos efeitos das acções, possibilitando uma dissipação da energia por toda a estrutura. Um dimensionamento redundante irá certamente oferecer maior quantidade de caminhos de carga que podem transmitir a carga lateral aplicada ao edifício até às fundações, sendo para tal necessário um correcto dimensionamento das ligações, pois quanto mais interligada e interconectada a estrutura for, maior a possibilidade de transmissão de cargas. A estabilização lateral do edifício é muito importante, pois deve ser dimensionada de forma a que as forças laterais das diferentes partes do edifício sejam direccionadas às fundações.

A ductilidade é uma das características que permite a dissipação de energia induzida na estrutura pela acção sísmica, sendo que nas estruturas de madeira a mesma está concentrada nas ligações, enquanto que os elementos estruturais em madeira devem permanecer com um comportamento elástico.

A acção de diagrama ao nível dos pisos também é fundamental, dado que a sua conexão aos elementos verticais possibilita a transmissão de forças sísmicas aos elementos mais rígidos.

Outra característica importante, é a coincidência do centro de rigidez com o centro de massa tão próxima quanto possível, de forma a que o efeito de torção do edifício seja evitado.

Como referido anteriormente, os conceitos de robustez e dimensionamento sísmico encontram-se fortemente relacionados. Deste modo, é possível observar em vários códigos actuais, de dimensionamento sísmico, que muitas das regras existentes encontram-se em sintonia com o aumento da robustez. O Eurocódigo 8 (IPQ, 2010) não é excepção e também providencia algumas regras para tal, sendo algumas identificadas e consideradas as de maior relevo por Neves e Branco (2010), que são:

- Para permitir a plastificação nas zonas dissipativas, todos os outros elementos e ligações estruturais devem ser projectados com uma sobrerresistência suficiente, em particular os tirantes de amarração e quaisquer ligações a elementos maciços, e ligações entre diafragmas horizontais e elementos verticais resistentes às cargas laterais;
- A utilização de elementos estruturais regularmente distribuídos contribui para aumentar a redundância, permitindo uma redistribuição mais favorável dos esforços e uma dissipação de energia distribuída em todo o conjunto da estrutura;
- Deve procurar-se um elevado grau de redundância acompanhado de uma capacidade de redistribuição, que permitam uma dissipação de energia distribuída e um aumento de energia dissipada total. Em consequência, aos sistemas estruturais com menores graus de redundância devem ser atribuídos menores coeficientes de comportamentos;
- De modo a assegurar um comportamento global dissipativo e dúctil, devem ser evitadas roturas frágeis ou a formação prematura de mecanismos instáveis. Para este efeito, quando for especificado, deve recorrer-se aos métodos de cálculo pela capacidade real, utilizado para estabelecer a hierarquia de resistência dos vários componentes estruturais e dos modos de colapso, o que é necessário para garantir um mecanismo plástico apropriado e para evitar modos de rotura frágeis.

Para além destas regras, o EC8 (IPQ, 2010) apresenta outras mais específicas que contribuem para um correcto dimensionamento sísmico. Entre muitas, faz-se referência a algumas, nomeadamente ao ser utilizado o princípio de comportamento estrutural dissipativo deve-ser ter atenção ao seguinte:

- As ligações utilizadas como zonas dissipativas só poderão ser utilizadas em materiais e ligadores que assegurem um comportamento apropriado à fadiga oligocíclica (*low cycle fatigue*);
- As ligações coladas devem considerar-se como zonas não dissipativas;
- As ligações tradicionais com entalhes só poderão ser usados se proporcionarem uma capacidade de dissipação de energia suficiente, sem riscos de rotura frágil por corte ou por tracção perpendicular ao fio;

Saliente-se que as estruturas com zonas dissipativas devem ser projectadas de forma a que estas zonas se situem principalmente nas partes da estrutura onde a plastificação, a encurvadura local ou outros fenómenos devido ao comportamento histerético não afectem a estabilidade de conjunto da estrutura.

Em relação às ligações, é de referir que:

- As ligações dos elementos comprimidos que possam romper devido a deformações causadas pela inversão de cargas, devem ser concebidas de modo a impedir a sua separação e a garantir que se mantém na sua posição original.
- Os parafusos de porca e as cavilhas devem ser apertados e as suas furações ajustadas;
- Não se deverão utilizar cavilhas, pregos lisos e agrafos sem dispositivos adicionais que se oponham ao seu arrancamento;
- No caso da tracção perpendicular ao fio, deverão ser utilizadas disposições adicionais que evitem o seu fendilhamento.

### 2.6.2 Dimensionamento Sísmico vs Não-Dimensionamento Sísmico

A probabilidade de ocorrência de um sismo não é igual em todos os países e varia de região em região, dentro de cada país. Deste modo, existem países onde a referida probabilidade é extremamente reduzida fazendo com que, por razões económicas, não seja corrente o dimensionamento a esta acção. É consensual afirmar que a estas diferentes regiões estão associados diferentes desenvolvimentos da prática da engenharia, conduzindo a diferentes práticas comuns de dimensionamento. Verifica-se que estas diferentes práticas possuem grandes efeitos na robustez das estruturas, em especial nas estruturas de madeira.

Um exemplo destas diferenças é a utilização de vigas fracas - pilar forte (*Weak beams - strong column*), representado na Figura 2.4 a), que contrastam com as vigas fortes - pilar fraco (*Strong beams - weak column*), representado na Figura 2.4 b). Deste modo, nas regiões onde o dimensionamento sísmico é considerado verifica-se que o dimensionamento estrutural é baseado em estruturas contraventadas com utilização de vigas fracas - pilar forte, sendo utilizados pilares contínuos e vigas ligadas aos pilares em cada vão. Esta abordagem, característica, por exemplo, dos países do sul da Europa, permite que os elementos-chave, como os pilares, possuam uma maior dimensão da secção transversal e, consequentemente, capazes de sustentar cargas adicionais, sendo que ao ocorrer uma determinada falha, esta irá ocorrer nas vigas, limitando o colapso progressivo a um único piso e a um único vão (Neves e Branco, 2010). Este facto é uma vantagem para o aumento da robustez na medida em que os pilares conseguem sustentar acréscimos de carga quando determinado evento conduz ao colapso de um elemento da estrutura, contribuindo assim para que o colapso não se estenda a outros elementos ou locais da estrutura.

Por outro lado, nas regiões onde a acção sísmica é muito pouco provável de ocorrer, verifica-se a utilização de vigas fortes - pilar fraco, caracterizadas por vigas contínuas

ligadas a pilares descontínuos entre pisos. Esta abordagem possui como principal vantagem a sua fácil construção, apresentando um bom desempenho a cargas verticais mas, por outro lado, apresenta um fraco desempenho a solicitações horizontais, como as acções sísmicas. Assim, se uma determinada falha ocorrer num vão, os seus efeitos serão propagados para os pilares, que são mais esbeltos, e para os vãos adjacentes, aumentando a área afectada e os custos associados à falha inicial (Neves e Branco, 2010).

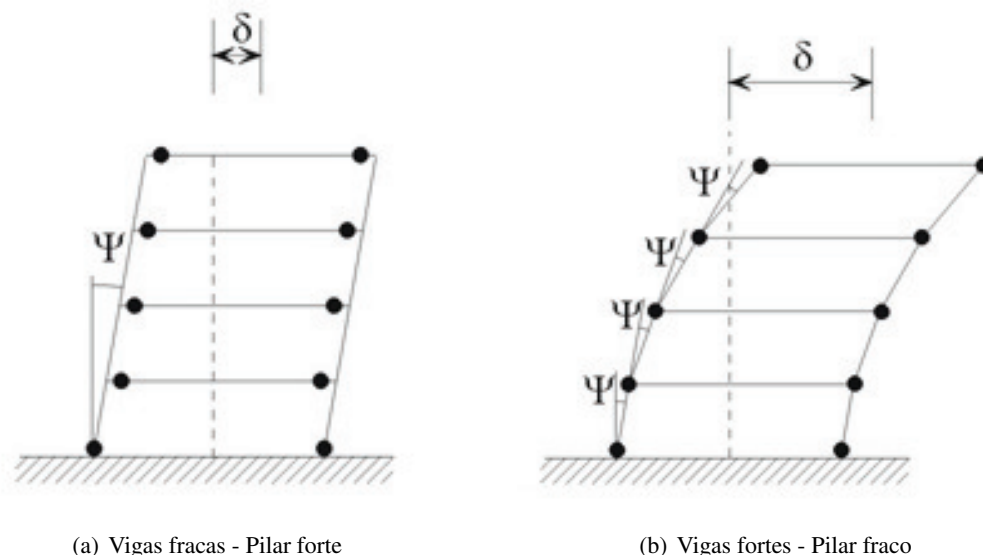


Figura 2.4: Utilização de vigas fortes - pilar fraco versus vigas fracas - pilar forte (Neves e Branco, 2010)

## 2.7 Conclusões

Neste capítulo foi apresentado um dos conceitos mais actuais em engenharia de estruturas, a robustez estrutural. Foram apresentadas diferentes visões sobre a robustez e diferentes conceitos que se encontram interligados, como a redundância, colapso progressivo, ductilidade e elementos chave.

Foi também introduzida a robustez nas estruturas de madeira, apresentando-se os modos de rotura característicos dos elementos lamelados colados. Também em relação às estruturas de madeira, foram apresentadas duas estratégias para o aumento de robustez em função do tipo de danos mais prováveis de criar susceptibilidade na estrutura.

De seguida, foram identificadas as análises determinísticas, semi-probabilísticas, probabilísticas e de risco, em conjunto com os métodos propostos por diversos autores, com o objectivo de determinar o índice de robustez, e foi introduzido o conceito de colapso estrutural, no âmbito da análise da robustez, apresentando-se algumas metodologias para a sua redução.



Por fim, foi identificada a influência do dimensionamento sísmico na robustez de estruturas de madeira, referindo-se os princípios de dimensionamento sísmico e algumas diferenças entre este e o dimensionamento não-sísmico.



## Capítulo 3

# Análise Probabilística de Estruturas de Madeira

### 3.1 Aspectos Gerais

A avaliação da segurança depende de um conjunto de factores, tais como as matérias primas dos materiais e das suas propriedades resistentes, entre outros, que não podem ser controlados de uma forma absoluta. Ao longo do tempo a forma como a segurança das estruturas é avaliada têm vindo a evoluir, de forma a poder considerar estes factores o mais correctamente possível. As diversas fontes de incertezas associadas a todas as fases, desde a produção dos materiais de construção até à utilização das estruturas, são responsáveis pela variação destes factores e conduzem a que a avaliação da segurança seja, cada vez mais, discutida em prol de métodos que possuam na sua base teorias probabilísticas, permitindo modelar de uma forma mais consistente as incertezas.

A avaliação da segurança têm vindo a evoluir de uma forma empírica, sendo a experiência e a intuição dos construtores fundamentais para a segurança das estruturas, passando pelos métodos científicos, como o método das tensões admissíveis, até ao aparecimento do conceito de fiabilidade estrutural que permite uma avaliação mais rigorosa e consistente da segurança estrutural (Henriques, 1998).

Actualmente os métodos de análise da segurança estrutural podem dividir-se em quatro níveis (Neves e Cruz, 2001):

1. Determinísticos - Contemplam um coeficiente de segurança global que, apesar de muito utilizados no passado, hoje em dia estão em desuso pois não consideram de uma forma directa a dispersão das resistências e das acções;
2. Semi-probabilísticos - Utilizam os coeficientes parciais de segurança de forma a minorar a resistência característica e a majorar os valores médios das acções;
3. Probabilísticos simplificados - As variáveis são descritas pelos seus parâmetros, sendo a relação entre elas descrita pela matriz de covariância. Estes métodos definem

a segurança em termos de situações desfavoráveis, que são obtidas a partir de uma função estado limite;

4. Puramente probabilísticos - Consideram uma distribuição conjunta de todas as variáveis, sendo as variáveis descritas através de distribuições estatísticas conhecidas pela observação.

São as duas últimas análises que permitem um estudo rigoroso da fiabilidade estrutural. Uma definição para este conceito consensualmente aceite é a atribuída pelo IPQ (2009a): a capacidade da estrutura ou dos seus elementos estruturais desempenharem os requisitos fundamentais definidos sob condições específicas durante o período de vida útil para o qual a estrutura é dimensionada. Esta encontra-se intimamente ligada à determinação de probabilidades, podendo ser traduzida pela probabilidade de falha, isto é, a probabilidade de um dos requisitos definidos não ser cumprido ao longo da vida útil, entendendo-se por vida útil como o período de tempo para o qual uma estrutura deve ser utilizada, com a manutenção prevista, para os fins previstos, mas sem que seja necessário grandes reparações (IPQ, 2009a).

A forma de identificar se algum requisito não foi cumprido, e consequentemente ocorre rotura, é através da definição de funções estado limite, sendo estas responsáveis por separar as situações desejáveis e indesejáveis.

## **3.2 Incertezas na Análise Estrutural**

A integridade total da segurança estrutural é impossível ser assegurada, devido à existência de um grande número de factores que se encontram associados a todas as fases de verificação global da segurança, incluindo o próprio comportamento da estrutura. Estas incertezas são possíveis de serem agrupadas da seguinte forma (Henriques, 1998):

1. Incertezas Físicas - Estão associadas à natureza incerta das propriedades dos materiais, da geometria, das acções, entre outros. Podem ser reduzidas através da utilização de bases de dados relativamente grandes e através de um controlo de qualidade elevado, podendo este tipo de incerteza ser estimado através de experiências anteriores;
2. Incertezas na Modelação - Possui como base as considerações teóricas ao comportamento real dos materiais e da simplificação na distribuição das acções e dos seus efeitos. Esta pode ser contornada adicionando um parâmetro que efectue uma correspondência entre a situação real e a situação prevista no modelo teórico;
3. Incertezas Estatísticas - Advém da limitação dos dados disponíveis para uma estimativa dos parâmetros que caracterizam os modelos probabilísticos. Estas incertezas podem ser consideradas através de uma função de distribuição de probabilidade;

4. Incertezas Humanas - Este tipo de incertezas prevê, para além dos possíveis erro de projecto, de construção e da utilização da estruturas, a incapacidade de execução de duas tarefas iguais, com igual precisão. Este tipo de incertezas é muito difícil de quantificar devido ao seu conhecimento ser bastante limitado, sendo na sua maioria de carácter qualitativo.

Estas incertezas conduziram a que os métodos puramente determinísticos dessem lugar a métodos semi-probabilísticos, onde estas incertezas são modeladas por intermédio dos valores representativos das acções e das resistências, majorados ou minorados pelos coeficientes parciais de segurança.

### 3.3 Conceitos de Probabilidades

Segundo Faber (2007), a teoria das probabilidades e a estatística constituem a base para a avaliação das probabilidades de ocorrência de eventos incertos, constituindo portanto uma peça fundamental na Análise de Risco e tomada de decisão.

O conceito de probabilidades varia consoante a interpretação efectuada, deste modo apresentam-se três visões diferentes (Faber, 2007):

- Frequencista
- Clássica
- Bayesiana

A teoria frequencista de probabilidades é a típica interpretação para a probabilidade de experimentação, dado que a probabilidade de um determinado evento  $A$  ocorrer é a frequência relativa da ocorrência de  $A$ . Deste modo, a probabilidade é dada pela relação entre o número de vezes que o evento ocorre ( $N_A$ ) e o número de tentativas ( $n_{exp}$ ).

$$P(A) = \lim_{n_{exp} \rightarrow \infty} \frac{N_A}{n_{exp}} \quad (3.1)$$

Em relação à definição de probabilidade clássica, esta é regida pela Lei de Laplace que afirma: se uma experiência têm a si associado um número finito  $N$  de resultados, mutuamente exclusivos e igualmente prováveis, e se o número de vezes que o evento  $A$  ocorre for  $N_A$ , então a probabilidade do evento  $A$  ocorrer é dada por:

$$P(A) = \frac{N_A}{N} \quad (3.2)$$

Esta definição é distinta da teoria frequencista, pois na frequencista não existe informação sobre a amostra e na teoria clássica à partida já se possui a informação que a amostra têm igual probabilidade de ocorrer.

A teoria Bayesiana apresenta uma interpretação em que a probabilidade de um evento  $A$  ocorrer é formulada pelo grau de confiança que  $A$  vai ocorrer, sendo o grau de confiança

uma reflexão do estado de uma pessoa individual em termos de experiência, opinião e preferência. Estes parâmetros tornam esta teoria subjectiva e dependente de quem efectua o ensaio, tornando possível que duas pessoas diferentes cheguem a diferentes probabilidades de um evento ocorrer, contradizendo a interpretação frequencista que as probabilidades são uma característica da natureza. Desta forma, tem-se:

$$P(A) = \text{grau de confiança que } A \text{ vai ocorrer} \quad (3.3)$$

Segundo Faber (2007), a interpretação da teoria de Bayes inclui a definição frequencista e clássica, na medida em que a subjectividade associada à probabilidade pode ser baseada em experiências anteriores. Assim, a falta de conhecimento deverá assumir um carácter probabilístico, tal como as outras incertezas, pois as decisões em Engenharia de Estruturas têm de ser tomadas, apesar do seu desconhecimento. Deste modo, as ferramentas probabilísticas são uma grande ajuda na tomada de decisão.

É devido à falta de conhecimento que, no caso da Engenharia de Estruturas, as teorias clássica e frequencista não são de todo apropriadas, dado não ser possível efectuar um grande número de testes para aferir a probabilidade de rotura, favorecendo, a este nível, a utilização da teoria de Bayes.

A teoria de Bayes pode então ser expressa pela seguinte equação, que reflecte a probabilidade condicional de  $E_i$  sabendo que  $A$  ocorreu.

$$P(E_i|A) = \frac{P(E_i \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A|E_i)P(E_i)}{\sum_{i=1}^n P(A|E_i)P(E_i)} \quad (3.4)$$

### 3.4 Caracterização de Variáveis Aleatórias

As variáveis aleatórias modelam grandezas cujo valor apenas pode ser definido probabilisticamente, atribuindo a cada valor da grandeza uma probabilidade de ocorrência.

Estas variáveis podem ser de dois tipos: contínuas ou discretas. As primeiras são as mais utilizadas pelos Engenheiros de Estruturas, sendo caracterizadas por poderem tomar qualquer valor numérico num determinado intervalo ou conjunto de intervalos (e.g. medições de distâncias ou tempo). As variáveis aleatórias discretas podem assumir apenas valores que podem ser contados (e.g. o número de pilares ou vigas de um edifício).

As variáveis aleatórias contínuas podem ser definidas, por intermédio da probabilidade, na forma da denominada função densidade de probabilidade:

$$P_{X \text{ contínua}}[a \leq X \leq b] = \int_a^b f_X(x)dx \quad (3.5)$$

As variáveis aleatórias podem ainda ser definidas pela função de probabilidade acumulada, dada por:

$$F_{X \text{ contínua}}(a) = P_X[X \leq a] = \int_{-\infty}^a f_X(x) dx \quad (3.6)$$

Na Figura 3.1 é apresentada uma representação gráfica de função de distribuição absoluta e acumulada para uma variável aleatória contínua.

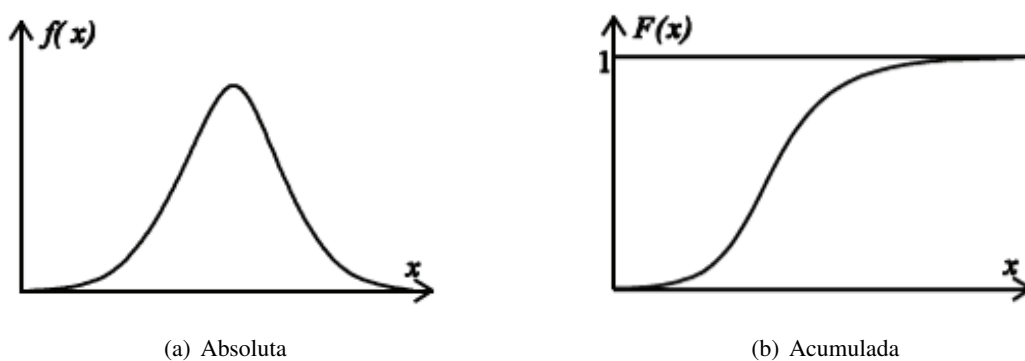


Figura 3.1: Função distribuição de probabilidade

A função de distribuição acumulada, para uma variável aleatória contínua, apresenta as seguintes características:

- Varia entre 0 e 1
- $F(-\infty) = 0$
- $F(+\infty) = 1$
- É monótona não-decrescente

### 3.5 Parâmetros Descritivos

As propriedades das variáveis aleatórias podem ser definidas usando os seus momentos. Assim, um momento de ordem  $i$  ( $m_i$ ) de uma determinada variável aleatória contínua  $X$  é definido por:

$$m_{i \text{ contínua}} = \int_{-\infty}^{+\infty} x^i f_X(x) dx \quad (3.7)$$

A tendência central é definida pela média ( $\mu_X$ ), ou valor esperado ( $E[X]$ ), que corresponde ao primeiro momento da variável aleatória  $X$ :

$$\mu_X = E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x f_X(x) dx \quad (3.8)$$

A variabilidade em torno da média pode ser definida pelo segundo momento centrado, variância ( $Var[X]$ ). Esta também pode ser definida como o quadrado do desvio padrão,  $\sigma_X^2$ , dado por:

$$\sigma_X^2 = Var[X] = E[(X - \mu_X)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu_X)^2 f_X(x) dx \quad (3.9)$$

Ao quociente entre o desvio padrão e a média designa-se coeficiente de variação  $Cov[X]$ , sendo este factor uma medida adimensional de dispersão em torno do valor esperado:

$$Cov[X] = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (3.10)$$

As variáveis aleatórias tendem a aproximarem-se de um conjunto de distribuições teóricas, como sejam a distribuição Normal, Lognormal ou de Gumbel. As funções de distribuição de probabilidade utilizadas são apresentadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Parâmetros das funções distribuição de probabilidade utilizadas

Tipo de Distribuição	Função Densidade de Probabilidade	Parâmetros	Momentos
Normal	$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2)$	$\mu$ $\sigma > 0$	$\mu$ $\sigma$
Lognormal	$f_X(x) = \frac{1}{x\zeta\sqrt{2\pi}} \exp(-\frac{1}{2}(\frac{\ln(x)-\lambda}{\zeta})^2)$	$\lambda$ $\zeta > 0$	$\sigma = \exp(\lambda + \frac{\zeta^2}{2}) \times \sqrt{\exp(\zeta^2) - 1}$ $\mu = \exp(\lambda + \frac{\zeta^2}{2})$
Exponencial $x \geq \epsilon$	$f_X(x) = \lambda \exp(-\lambda(x - \epsilon))$	$\epsilon$ $\lambda > 0$	$\mu = \epsilon + \frac{1}{\lambda}$ $\sigma = \frac{1}{\lambda}$

### 3.6 Estados Limites

O Eurocódigo (IPQ, 2009a) define estados limites como sendo os estados que separam a satisfação da não satisfação dos critérios de projecto relevantes para a situação em análise. A mesma norma considera a consideração de dois estados limites: últimos e de utilização.

Os estados limites últimos encontram-se associados ao colapso ou a outras formas de ruína estrutural, correspondendo, portanto, à capacidade resistente máxima de uma estrutura ou de um elemento estrutural e referem-se à segurança das pessoas e/ou da estrutura.

Por sua vez, os estados limites de utilização correspondem às condições em que os requisitos de utilização especificados para a estrutura ou para um determinado elemento estrutural deixam de ser verificadas. Estes referem-se ao funcionamento da estrutura em condições normais de utilização, conforto e aspecto de construção.



Os métodos semi-probabilísticos tradicionalmente utilizados apresentam um método expedito de verificar a segurança, na medida em que as incertezas são consideradas através de valores representativos (nominais ou característicos) das acções ou resistências que têm em conta a dispersão verificada nos dados estatísticos. Estes métodos também consideram a utilização de coeficientes parciais de segurança que introduzem uma maior margem de segurança na verificação da segurança.

Apesar da análise semi-probabilística preconizada nos Eurocódigos em vigor permitir a verificação da segurança para diferentes situações, não propõe um método semi-probabilístico para quantificar os diferentes níveis de fiabilidade, sendo esta quantificação possível através de um código probabilístico, como o *Model Code* do *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS, 2000).

Outra diferença para o código probabilístico é que neste as incertezas são modeladas através das distribuições de probabilidade, juntamente com os respectivos parâmetros, que melhor se adaptam à variável em causa.

Na situação dos estados limites últimos, o código JCSS (2000) determina os diferentes níveis de fiabilidade como sendo directamente dependentes de dois parâmetros fundamentais: consequências de rotura e os custos associados ao aumento de segurança.

Em relação às consequências de rotura ( $\rho$ ), estas encontram-se definidas com base na função da estrutura e nas consequências económicas, sociais e humanas que o seu colapso pode causar. Estas são calculadas com base no quociente entre os custos totais, que incluem os custos de construção e os custos directos associados à rotura, e os custos de construção e podem, segundo o JCSS (2000), ser distribuídas nas seguintes classes:

1. Consequências reduzidas -  $\rho < 2$  - em caso de rotura, as perdas humanas são pequenas e as consequências económicas são negligenciáveis (e.g. edifícios agrícolas e silos);
2. Consequências moderadas -  $2 < \rho < 5$  - perdas humanas médias e consideráveis perdas económicas são obtidas em caso de rotura (e.g. edifícios de habitação, escritórios e indústrias);
3. Consequências elevadas -  $5 < \rho < 10$  - da rotura advém grandes perdas humanas e significativas consequências para a economia (e.g. grandes pontes e hospitais).

No caso de uma consequência muito elevada,  $\rho > 10$ , tem-se a situação das centrais nucleares e o código recomenda efectuar uma análise custo-benefício completa, podendo-se, no extremo, concluir que a estrutura não deve ser construída.

É de referir que as consequências de rotura também dependem do tipo de rotura que se possa verificar, podendo ser classificado de acordo com:

- Rotura dúctil com reserva de capacidade resistente;

- Rotura dúctil sem reserva de capacidade resistente;
- Rotura frágil.

Deste modo, os elementos que possam experimentar colapsar sem aviso prévio (rotura frágil) devem ser dimensionados com um índice de fiabilidade maior do que os outros modos de rotura, de forma a evitar severas consequências.

O outro parâmetro para a identificação do nível de fiabilidade é o custo relativo ao aumento de segurança, que o código JCSS (2000) classifica segundo custos reduzidos, normais ou elevados, que por sua vez se encontram directamente relacionados com o grau de incerteza associado às acções e às resistências, ao controlo de qualidade para as estruturas a dimensionar, ao controlo das inspecções para as estruturas existentes e ao tempo de vida útil da estrutura.

A única classe completamente definida no código JCSS (2000) é a classe normal que apresenta as seguintes características:

- Coeficientes de variação para as acções e resistências entre 0,1 e 0,3;
- Custos associados ao aumento de segurança intermédios;
- Período de vida útil de dimensionamento normal (50 anos).

Em relação aos estados limites de serviço, o JCSS (2000) apenas define níveis de fiabilidade para os estados irreversíveis e dependem exclusivamente dos custos associados ao aumento de segurança. Em relação aos estados reversíveis, este código não apresenta nenhuma informação específica.

Os índices de fiabilidade alvo, segundo o JCSS (2000), referentes ao Estado Limite de Utilização e ao Estado Limite Último apresentam-se nas Tabelas 3.2 e 3.3, respectivamente. Em relação ao IPQ (2009a), os índices de fiabilidade alvo são apresentados na Tabela 3.4 para a classe de fiabilidade RC2.

Tabela 3.2: Índices de fiabilidade alvo do JCSS (2000) referentes a 1 ano para o estado Limite de Utilização (irreversível)

Custo relativo ao aumento de segurança	Índice de fiabilidade $\beta$
Reduzido	1,3
Normal	1,7
Elevado	2,3

Tabela 3.3: Índices de fiabilidade alvo do JCSS (2000) referentes a 1 ano para o estado Limite Último

Custo relativo ao aumento de segurança	Consequências		
	Reduzidas	Moderadas	Elevadas
Reduzido	3,1	3,3	3,7
Normal	3,7	4,2	4,4
Elevado	4,2	4,4	4,7

Tabela 3.4: Índices de fiabilidade alvo pelo Eurocódigo (IPQ, 2009a) para a classe de fiabilidade RC2

Estado Limite	Índice de fiabilidade	
	1 ano	50 anos
Último	4,7	3,8
Fadiga		1,5 a 3,8
Utilização (irreversível)	2,9	1,5

### 3.7 Fiabilidade

A fiabilidade pode ser definida, de uma forma simplificada, se considerar uma estrutura que apresenta um comportamento dependente de duas variáveis aleatórias: o efeito das acções ( $S$ ) e a resistência ( $R$ ) (ver Figura 3.2).

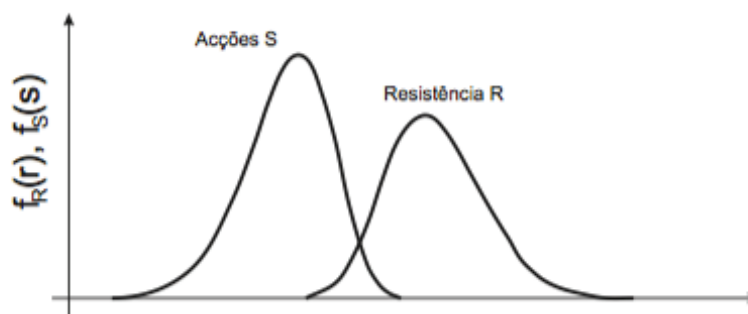


Figura 3.2: Representação das funções densidade de probabilidade das acções e da resistência (Neves e Barbosa, 2011)

É possível afirmar que não ocorre falha enquanto  $R$  for superior a  $S$ . À diferença entre a resistência e o efeito das acções designa-se função estado limite, ( $g(R, S)$ ), que apresenta a margem de segurança ( $Z$ ).

$$Z = g(R, S) = R - S \quad (3.11)$$

A margem de segurança pode ser inferior a zero, numa situação onde ocorre falha, igual a zero, numa situação limite ou maior do que zero, não ocorrendo falha.

Para ser analisada a fiabilidade da estrutura, é necessário recorrer a uma avaliação probabilística da segurança, sendo possível quantificar a segurança através da probabilidade de rotura ( $P_f$ ), dada por:

$$P_f = P(g(R, S)) < 0 = P(Z < 0) \quad (3.12)$$

Por vezes, a equação anterior não possui uma solução analítica, pelo que a quantificação da segurança também pode ser definida por:

$$P_f = \int_{g(x) \leq 0} f_X(x) dx \quad (3.13)$$

onde  $f_X(x)$  representa a função densidade de probabilidade conjunta para o vector das variáveis aleatórias  $X$  no domínio de rotura,  $g(x) \leq 0$ .

A consideração de uma situação genérica tridimensional é apresentada graficamente na Figura 3.3 onde se apresenta a zona de rotura, zona de segurança, a função estado limite e a função densidade de probabilidade conjunta das acções e resistência.

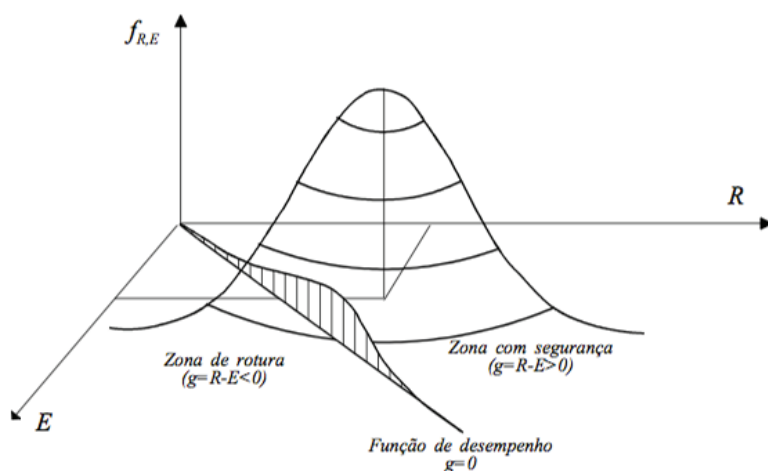


Figura 3.3: Representação das funções densidade de probabilidade conjunta das acções e da resistência, da função estado limite, da zona de rotura e da zona de segurança (Caldeira, 2007)

A quantificação do conceito de fiabilidade é materializada pelo índice de fiabilidade ( $\beta$ ), podendo demonstrar-se ser obtido por intermédio da probabilidade de rotura ( $P_f$ ), afectada da inversa da função de distribuição normal reduzida ( $\Phi^{-1}$ ):

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (3.14)$$

A segurança é verificada se a probabilidade de rotura for inferior a um valor pré-determinado. No entanto, Caldeira (2007) adverte que a probabilidade de rotura e a respectiva fiabilidade não representa necessariamente as frequências reais de rotura, sendo apenas valores indicativos que podem ser utilizados para calibração dos regulamentos estruturais regulamentares e para servir de base de comparação das diferentes estruturas.

Segundo Caldeira (2007) a probabilidade de rotura pode ser obtida através da resolução da equação (3.13) pelos seguintes métodos:

- Integração analítica exacta - podendo ser utilizada em problemas simples em que as variáveis sigam distribuições normais, lognormais, exponenciais ou de Weibull;
- Métodos de integração numérica - para problemas que envolvam um pequeno número de variáveis de base, geralmente até cinco, podendo ser utilizados métodos como o de Simpson ou integração por rectângulos;
- Métodos analíticos aproximados - através de métodos de fiabilidade de primeira ordem - FORM ou métodos de fiabilidade de segundo momento - SORM;
- Métodos de simulação - através de processos iterativos que simulam o comportamento da estrutura para um dado conjunto de variáveis aleatórias, verificando-se, em cada ciclo, se ocorre rotura.

A utilização dos dois primeiro métodos é muito limitada, dado que estes métodos apenas são exequíveis quando estão em jogo um número reduzido de variáveis, o que não é o comum em Engenharia de Estruturas.

### 3.7.1 Métodos de Fiabilidade do Segundo Momento

Estes métodos apresentaram os primeiros desenvolvimentos há cerca de 30 anos e, desde então, têm sido melhorados e expandidos para a aplicação em várias áreas, sendo actualmente um dos métodos mais importantes para a análise da teoria da fiabilidade (Faber, 2007).

Considerando um caso simples apresentado por Faber (2007), onde a margem de segurança  $Z$  é definida pela função estado limite linear,  $g(x)$ , com variáveis aleatórias  $X$  com distribuição normal e estatisticamente independentes, dada por:

$$Z = g(x) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (3.15)$$

A média e variância da margem de segurança vem:

$$\mu_Z = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_{X_i} \quad (3.16)$$

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^n a_i^2 \sigma_{X_i}^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1, j \neq i}^n \rho_{ij} a_i a_j \sigma_i \sigma_j \quad (3.17)$$

sendo  $\rho_{ij}$  o coeficiente de correlação entre as variáveis  $X_i$  e  $X_j$ .

A probabilidade de rotura é dada pela expressão (3.12), que num caso simples é possível reduzir à sua relação com  $\beta$  pela equação (3.14). Em que  $\beta$  foi definido por Basler (1961) e Cornell (1969) por uma avaliação da distribuição normal:

$$\beta = \frac{\mu_Z}{\sigma_Z} \quad (3.18)$$

A representação gráfica deste método apresenta-se na Figura 3.4, onde se observa a normalização das variáveis aleatórias para uma função estado limite linear, sendo possível obter  $\beta$  através da menor distância entre o eixo e a superfície de rotura normalizada. Ainda é possível observar que, neste exemplo, a probabilidade de rotura reduz-se a uma avaliação entre a média e o desvio padrão das variáveis aleatórias.

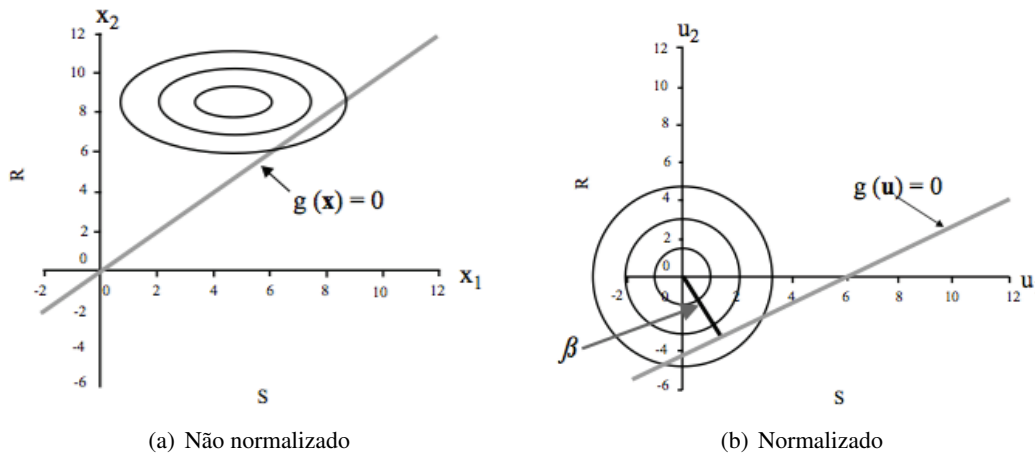


Figura 3.4: Representação bi-dimensional da normalização das variáveis aleatórias para uma função estado limite linear (Faber, 2007)

Em muitas situações em engenharia, é comum que os problemas não possuam a sua forma mais simples, pelo que as variáveis aleatórias envolvidas em determinado problema podem não ser normais nem independentes entre si e, para além disto, a função estado limite que governa a situação pode não ser linear. Para fazer face a estas diferentes situações surgiram os métodos de fiabilidade FORM (*First Order Reliability Methods*) e SORM (*Second Order Reliability Methods*) que representam os métodos de primeira e segunda ordem, respectivamente.

A ideia básica por detrás das formulações FORM é a formulação proposta por Hasofer e Lind (1974) que sugerem a linearização da função estado limite ( $g(u)$ ), por forma a obter

uma superfície de rotura linear no ponto de dimensionamento ( $u^*$ ), dada por  $g'(u) = 0$ , sendo a função estado limite  $g(u)$  a função que resulta da normalização da função estado limite  $g(x)$ .

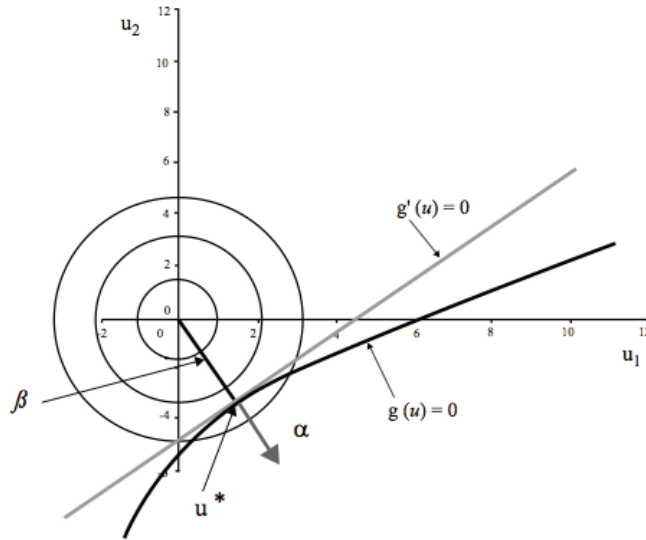


Figura 3.5: Representação bi-dimensional do método FORM para funções estado limite não lineares (Faber, 2007)

O índice de fiabilidade passa, como no exemplo anterior, pela interpretação geométrica da Figura 3.5, correspondendo à distância entre o ponto de dimensionamento  $u^*$  e a origem do referencial normalizado. A diferença entre este caso e o simplificado apresentado anteriormente, reside na não linearidade da função estado limite, não sendo possível conhecer à partida qual o ponto de dimensionamento, tendo de ser encontrado iterativamente através da resolução de um problema de optimização da expressão (3.19).

$$\beta = \min_{u \in \{g(u)=0\}} \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (3.19)$$

De entre muitas formas possíveis de ser optimizada, a expressão 3.19, se for diferenciável, pode ser solucionada através de:

$$\alpha_i = \frac{-\frac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \cdot \alpha)}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \cdot \alpha)\right)^2\right]^{1/2}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (3.20)$$

$$g(\beta \cdot \alpha_1, \beta \cdot \alpha_2, \dots, \beta \cdot \alpha_n) = 0 \quad (3.21)$$

A otimização é então processada começando com uma atribuição de um ponto de dimensionamento  $u^* = \beta \cdot \alpha$  que será introduzido na equação (3.20) e que determinará um novo vector  $\alpha$  normal à superfície de rotura. Ao introduzir este vector na equação estado limite (3.21) será obtido um novo  $\beta$ . À medida que se realizem várias iterações, o ponto de dimensionamento  $u^*$  bem como o índice de fiabilidade  $\beta$  e o vector de sensibilização ( $\alpha$ ) começarão a convergir.

Em determinadas situações a função estado limite pode apresentar uma curvatura tão elevada que a sua linearização possa introduzir uma grande fonte de erro na análise. Face a estes casos, as análises SORM apresentam uma resposta melhor.

As análises SORM seguem os mesmos princípios que as análises FORM, mas, em vez de uma aproximação linear à superfície de rotura, este método apresenta uma aproximação não-linear. O resultado de uma análise SORM pode ser obtido com base na análise FORM, através da multiplicação do índice de fiabilidade  $\beta$  por um factor de correcção que têm em conta a aproximação de segunda ordem à superfície de rotura no ponto de dimensionamento. Esta análise permite resultados mais exactos do que as anteriores, na medida em que as aproximações de segunda ordem adaptam-se melhor aos problemas comuns de engenharia, reduzindo o erro na sua aproximação.

### **3.7.2 Métodos de Simulação**

Por vezes, a função estado limite é demasiado complexa e não é diferenciável, o que torna a aplicação dos métodos descritos anteriormente bastante difícil. Uma solução para estes casos é a utilização de métodos de simulação.

Dentro deste tipo de análises, o método mais comum é o método de Monte Carlo que se baseia na reprodução, em cada ciclo, de uma amostra de variáveis aleatórias, previamente definidas, sendo cada ciclo analisado deterministicamente, permitindo obter no final um resultado com um determinado erro associado. Na prática, este método consiste em construir um determinado número de estruturas com diferentes características e observar quais deles apresentam falha.

O método de Monte Carlo pode então ser apresentado em seis principais etapas:

1. Interpretar o problema em estudo, avaliar as incertezas envolvidas e decidir quais as variáveis aleatórias a considerar;
2. Descrever cada variável aleatória considerada através da função de probabilidade mais adequada, juntamente com os parâmetros que a caracterizam;
3. Gerar  $n$  amostras aleatórias para cada variável aleatória;
4. Para cada um das  $n$  amostras de variáveis aleatórias analisar o problema deterministicamente;



5. Observar para quais dos  $n$  amostras houve rotura e determinar a probabilidade de rotura ( $P_f$ );
6. Analisar o grau de confiança do resultado com base no cálculo do erro associado.

Após a análise do problema em estudo e decisão sobre as variáveis a considerar como aleatórias ou determinísticas, é necessário descrevê-las da forma mais real possível. Para tal, é possível recorrer a um código probabilístico, como o JCSS (2000), que apresenta informação baseada em estudos prévios sobre quais as distribuições que melhor se adaptam a determinadas acções e resistências, juntamente com informação para se obter os parâmetros característicos, nomeadamente o valor esperado e a sua variabilidade.

Na geração de variáveis aleatórias é necessário especial atenção à dependência física das variáveis entre si, pois estas podem apresentar correlação entre si. O código JCSS (2000) apresenta uma matriz de correlação, relativa à dependência das propriedades da madeira, que é extremamente importante na geração de variáveis aleatórias correlacionadas.

Para se proceder à geração de variáveis aleatórias correlacionadas, é necessário recorrer à decomposição de Cholesky, que permite decompor uma matriz simétrica e positiva definida numa matriz triangular inferior e na sua transposta. Assim, a geração de variáveis aleatórias correlacionadas pode ser efectuada com base em três passos principais:

1. Geração de variáveis aleatórias normais reduzidas - matriz  $U$ ;
2. Transformação das variáveis geradas em variáveis aleatórias correlacionadas - matriz  $X$ ;
3. Transformação das variáveis aleatórias correlacionadas segundo as distribuições pretendidas - matriz  $A$ .

A geração de variáveis aleatórias normais reduzidas, pode ser conseguida por intermédio de algoritmos pré-definidos, sendo que um aspecto importante na geração de variáveis aleatórias é o facto de os processos computacionais apenas produzirem variáveis pseudo-aleatórias, devendo ser utilizada uma “semente” (*seed*) no algoritmo a implementar, de forma a que o processo de simulação se torne o mais aleatório possível. Saliente-se que a matriz  $U$  possui uma dimensão  $m \times n$  em que  $m$  representa as variáveis aleatórias consideradas, e  $n$  o número variáveis aleatórias geradas.

A transformação das variáveis geradas em variáveis aleatórias correlacionadas é efectuada por intermédio da matriz triangular inferior ( $T$ ), resultante da aplicação da decomposição de Cholesky à matriz de correlação definida no código probabilístico, através de:  $X = T \cdot U$ .

Na última etapa da geração das variáveis, procede-se à transformação das variáveis  $X$  correlacionadas em variáveis que seguem a distribuição e os parâmetros sugeridos pelo código probabilístico (matriz  $A$ ). O código modelo JCSS (2006) fornece a média e o

coeficiente de variação, que é útil para a determinação do desvio padrão. Se a distribuição pretendida for a distribuição Normal, a transformação procede-se pela expressão:

$$A_i = X_i \times \sigma_{A_i} + \mu_{A_i} \quad (3.22)$$

sendo que  $\mu_{A_i}$  e  $\sigma_{A_i}$  representam a média e o desvio padrão requeridos pelo código probabilístico. Caso a distribuição pretendida seja a Lognormal, é necessário obter a média ( $\mu_{A_i normal}$ ) e desvio padrão ( $\sigma_{A_i normal}$ ) da distribuição Normal associada, através das expressões:

$$\mu_{A_i normal} = \log \left( \frac{\lambda_{A_i}^2}{\sqrt{\theta_{A_i} + \lambda_{A_i}^2}} \right) \quad (3.23)$$

$$\sigma_{A_i normal} = \sqrt{\log \left( \frac{\theta_{A_i}}{\lambda_{A_i}^2} + 1 \right)} \quad (3.24)$$

onde  $\lambda_{A_i}$  e  $\theta_{A_i}$  representam a média e variância da distribuição Lognormal requeridas pelo código probabilístico. A transformação da variável aleatória para a variável com a distribuição Lognormal, com os parâmetros  $\lambda_{A_i}$  e  $v_{A_i}$ , é dada por:

$$A_i = \exp(X_i \times \sigma_{A_i normal} + \mu_{A_i normal}) \quad (3.25)$$

Após a geração das  $n$  variáveis aleatórias correlacionadas, procede-se à avaliação da segurança de cada um dos  $n$  ciclos, individualmente. Cada ciclo é analisado por intermédio de cada vector de variáveis, previamente geradas, em relação às resistências e às acções, contabilizando-se em que ciclos se observou a falha de, pelo menos, um elemento ( $n_{roturas}$ ). Desta forma, é possível obter a probabilidade de rotura pela expressão (3.26).

$$P_f = \frac{n_{roturas}}{N} \quad (3.26)$$

Saliente-se que, nos métodos de simulação, a probabilidade de rotura depende do número de ciclos considerado, pelo que uma correcta decisão do número de ciclos a efectuar torna-se essencial para o rigor da fiabilidade. A utilização de um elevado número de ciclos não é prático devido ao elevado esforço de cálculo que estes métodos utilizam, pelo que a correcta decisão do número de ciclos a considerar prende-se com uma análise do erro que se pretende considerar como aceite.

Faber (2007) propõe que para se obter uma probabilidade de rotura na ordem dos  $10^{-6}$ , deve ser efectuado  $10^8$  simulações, para um coeficiente de variação de 10%. Na bibliografia também é comum encontrar sugestões para um  $N$  entre  $1/P_f$  e  $10/P_f$ . Broding em 1964 propôs que o número de simulações deve ser estimado pela expressão (3.27), onde  $c$  representa o nível de confiança da estimativa da probabilidade de rotura (Laranja e Brito, 2003).

$$N > \frac{-\ln(1 - c)}{P_f} \quad (3.27)$$

Shooman em 1968 propôs a expressão (3.28) que permite avaliar o erro associado à probabilidade de rotura e ao número de simulações, com um nível de confiança de 95% (Laranja e Brito, 2003).

$$\text{erro}(\%) = 200 \cdot \sqrt{\frac{1 - P_f}{N \cdot P_f}} \quad (3.28)$$

Este método foi o utilizado nas análises probabilísticas, e possui como vantagens em relação aos outros métodos a sua generalidade de aplicações, sem existirem restrições, pois o método é de aplicação geral a muitas áreas independentemente do tipo de distribuição das variáveis aleatórias e da forma que a superfície de rotura toma, apresentando um controlo do rigor através do número de simulações definidas, verificando-se que para uma amostra suficientemente elevada, a estimativa da probabilidade converge para o resultado exacto (Henriques, 1998).

Como principal desvantagem, este método apresenta uma eficiência reduzida, pois para se obter níveis de erro adequados são necessários muitos ciclos, que requerem demasiado tempo de computação, e que dependem directamente da quantidade de variáveis aleatórias envolvidas.

### 3.8 Conclusões

No presente capítulo foram inicialmente introduzidos métodos de análise da segurança estrutural, sendo o restante capítulo focado nos métodos de análise probabilística simplificada. Foi também introduzida a problemática das incertezas na análise estrutural, juntamente com os principais factores que contribuem para a sua existência.

Foram expostas e caracterizadas as três visões do conceito de probabilidades: Frequencista, Clássica e Bayesiana, identificando-se as suas principais diferenças. De seguida, foi abordada a caracterização de variáveis aleatórias e respectivos parâmetros necessários para a sua descrição.

Foi introduzida a temática sobre os estados limites, descrevendo-se os estados limites últimos e de utilização e salientando-se as diferenças que existem entre os dois regulamentos utilizados: EC (IPQ, 2009a) e JCSS (2000).

Por fim, foi abordado o conceito de fiabilidade no âmbito da engenharia de estruturas, salientando-se alguns métodos para a sua quantificação, através do índice de fiabilidade e por intermédio da identificação de funções estado limite. Foram apresentados os métodos de fiabilidade de segundo momento, através das análises FORM e SORM, e o método de simulação de Monte Carlo, apresentando-se algumas expressões para identificar o número de ciclos a efectuar para se obter resultados fiáveis.



## Capítulo 4

# Modelação das Acções e das Resistências

### 4.1 Aspectos Gerais

Uma correcta modelação das acções e das resistências, juntamente com a adopção de um modelo estrutural adequado, é fundamental para a obtenção de uma correcta análise estrutural e, conseqüentemente, para uma correcta avaliação da robustez estrutural.

O presente capítulo têm como finalidade analisar a modelação quer das acções, quer das resistências, num edifício de madeira e ainda apresentar o modo como se analisará a segurança através das análises semi-probabilísticas e probabilísticas.

A análise semi-probabilística será utilizada para o dimensionamento dos modelos estruturais e para efectuar uma avaliação da segurança que servirá de base à comparação com a análise probabilística da robustez.

Os dados semi-probabilísticos são considerados a partir do Eurocódigo (IPQ, 2009a), enquanto que os dados probabilísticos são combinados do Eurocódigo (IPQ, 2009a) e do JCSS (JCSS, 2000).

Na análise semi-probabilística são considerados coeficientes parciais de segurança para majorar as acções e minorar as resistências, enquanto que numa análise probabilística as variáveis aleatórias são descritas por intermédio de distribuições de probabilidade e dos respectivos parâmetros descritivos, sendo que, após a decisão sobre as variáveis a definir como aleatórias e determinísticas, o código modelo apresenta distribuições probabilísticas que melhor se adaptam à modelação das variáveis aleatórias em estudo.

### 4.2 Modelação das Acções

Para avaliar a segurança estrutural é preciso caracterizar as acções. O Eurocódigo (IPQ, 2009a) apresenta a seguinte classificação para as acções quanto à variação no tempo:

- Permanentes ( $G$ ) - Acções que se encontram permanentemente presentes na estrutura, durante o seu tempo de vida útil e cuja variação de intensidade no tempo é desprezável. Como exemplo apresenta-se o peso próprio das estruturas;
- Variáveis ( $Q$ ) - Acções que embora possuam uma elevada probabilidade de actuar na estrutura, apresentam uma significativa variação ao longo da vida útil desta. O vento é um típico exemplo deste tipo de acções;
- Acidentais ( $A$ ) - Acções com uma baixa probabilidade de ocorrência, normalmente de curta duração, mas com intensidade significativa. As explosões ou choques de veículos são exemplos deste tipo de acções.
- Sísmicas ( $A_E$ ) - Acções de curta duração, mas com intensidade significativa, e com uma probabilidade reduzida de ocorrência durante o tempo de vida útil.

Uma outra classificação que toma particular importância nas estruturas de madeira é a da classe de duração das acções, apresentada na Tabela 4.1, que, segundo o Eurocódigo 5 (CEN, 2003), é caracterizada pelo período de tempo a que a estrutura encontra-se sujeita a uma determinada acção.

Tabela 4.1: Classes de duração das acções

Classe de Duração	Duração das da Carga Característica	Exemplos de Cargas
Permanente	mais de 10 anos	Peso Próprio
Longo Prazo	6 meses - 10 anos	Armazenamento
Médio Prazo	1 semana - 6 meses	Sobrecarga de utilização
Curto Prazo	menos de 1 semana	Vento
Instantânea		Cargas acidentais

De seguida serão descritas as acções, em relação à variação no tempo, consideradas na modelação estrutural do caso de estudo, que se apresentará no Capítulo 5. Saliente-se que não foram consideradas acções acidentais, sendo apenas estudadas situações acidentais, consideradas pela remoção de elementos estruturais.

#### 4.2.1 Acções Permanentes

As cargas permanentes incluem todas as cargas cuja variação de intensidade no tempo seja desprezável. Deste modo, foram consideradas as cargas referentes ao peso próprio dos elementos constituintes da estrutura, o peso dos revestimentos, das paredes divisórias e das paredes exteriores.

Em ambas as análises estudadas, a modelação das acções seguiu os mesmos princípios, apenas variando a quantificação das acções. Assim, o peso próprio foi modelado por intermédio da densidade do material estrutural, sendo o valor da acção obtido em função

das dimensões dos elementos estruturais. Quanto ao peso dos revestimentos e das paredes divisórias, este foi modelado através de uma carga uniformemente distribuída sobre os pisos. Por fim, o peso das paredes exteriores foi modelado por meio de uma carga distribuída nas vigas de bordo, uma vez que é sobre estas que as paredes exteriores se encontram.

### **Análise Semi-Probabilística**

A análise semi-probabilística têm por base as recomendações dos Eurocódigos. Assim, as acções consideradas permanentes foram modeladas através do seu valor nominal.

Numa análise semi-probabilística, as acções de dimensionamento são obtidas pela majoração do valor nominal da acção por coeficientes parciais de segurança, através de:

$$F_d = \gamma_f \times F_k \quad (4.1)$$

onde  $F_k$  é o valor nominal da acção e  $\gamma_f$  o coeficiente parcial de segurança, em relação à acção, que tem em conta as variações desfavoráveis do seu valor representativo.

Os valores nominais para as acções permanentes foram obtidos por intermédio de tabelas disponibilizadas por fabricantes.

### **Análise Probabilística**

Na análise probabilística foram seguidas as recomendações do código modelo JCSS (2000). Nesta análise não se considera coeficientes parciais de segurança, sendo o peso próprio considerado como variável aleatória e modelado por intermédio da densidade do material estrutural, enquanto que as restantes cargas permanentes foram consideradas como determinísticas, sendo modeladas com o seu valor nominal.

Como a densidade é uma característica do material, então a função densidade de probabilidade e os respectivos parâmetros serão descritos na secção respeitante à modelação das resistências e propriedades do material.

#### **4.2.2 Acção Variável**

A carga variável considerada foi a sobrecarga de utilização. Esta foi modelada por intermédio de uma carga uniformemente distribuída sobre os pisos e representa as acções provocadas pela utilização das pessoas, disposição do mobiliário, entre outras.

### **Análise Semi-Probabilística**

Na análise semi-probabilística, a sobrecarga de utilização foi modelada pelo valor característico disposto no EC1 (IPQ, 2009b). Em relação ao valor de dimensionamento, este é dado por:

$$Sc_d = \gamma_Q \times Sc_k \quad (4.2)$$

onde  $Sc_k$  é o valor característico da sobrecarga e  $\gamma_Q$  o coeficiente parcial de segurança, em relação à sobrecarga.

### Análise Probabilística

A sobrecarga é descrita probabilisticamente pela função de distribuição exponencial, sendo  $\lambda$  o único parâmetro descritivo desta função, sendo obtido através da expressão descrita no Apêndice A, sabendo que o valor característico da sobrecarga corresponde a uma probabilidade de não excedência de 98% para um período de referência de 1 ano.

#### 4.2.3 Acção Sísmica

O desempenho sísmico de estruturas pode ser analisado com diferentes níveis de complexidade, desde análises elásticas lineares a análises dinâmicas não lineares. De forma a obter-se um correcto dimensionamento sísmico é necessário escolher um método que se adapte à estrutura, ao objectivo da análise e ao grau de complexidade que se pretende obter.

Em Portugal, a norma em vigor que aborda este tipo de acções é o Eurocódigo 8 (IPQ, 2010) que apresenta dois grandes tipos de análises, as elásticas lineares e as não-lineares, sendo que cada análise pode ser efectuada por dois métodos distintos: método de análise por forças laterais e as análises modais por espectros de resposta para o primeiro tipo e as análises estáticas e dinâmicas não lineares para o segundo tipo.

Actualmente desenvolvem-se novos métodos tendo em vista os diferentes objectivos, que vêm de acordo com a ideia, que nos últimos anos tem sido consensualmente considerada como válida, de que um bom comportamento sísmico será garantido com maior sucesso se for controlado o nível de deslocamentos, local e global, da estrutura. Estes métodos enquadram-se nos novos processos propostos por diversos autores como as análises estáticas não-lineares com controlo de deslocamentos (*pushover*) e o dimensionamento sísmico por controlo de deslocamentos, também conhecidos como os métodos baseados nos deslocamentos (*displacement-based design*) ou baseados no desempenho (*performance-based design*) que, como o nome indica, se baseiam na análise dos deslocamentos sofridos pela estrutura, sendo por isso possível observar o desempenho estrutural.

A análise de dimensionamento tradicionalmente mais utilizada, tendo em conta a sua simplicidade, é a análise estática linear que, independentemente do método utilizado, considera as características mecânicas dos materiais que compõem a estrutura como elásticas lineares. A componente não linear do comportamento da estrutura é contabilizada através do coeficiente de comportamento que depende, de entre outros factores, da ductilidade e redundância. Os métodos que o EC8 (IPQ, 2010) apresenta para esta análise variam consoante a estrutura em estudo, assim se a estrutura respeitar determinadas regras é



possível efectuar uma análise mais simples - Análise estática equivalente, que o EC8 (IPQ, 2010) denomina de método das forças laterais. Caso a estrutura não se enquadre dentro dos requisitos necessários, então a análise a efectuar deverá ser a análise modal por espectro de resposta, também conhecida por dinâmica linear.

O requisito fundamental para que seja possível utilizar o método por forças laterais depende do comportamento dinâmico edifício em estudo. Assim, se a resposta do edifício não for significativamente afectada pela contribuição dos modos de vibração mais elevados é possível utilizar este método, que se baseia na determinação de uma força de corte na base do edifício para cada direcção em que o edifício é analisado, que depende do período fundamental da estrutura, da massa total do edifício acima das fundações e do número de pisos. Os esforços sísmicos são obtidos através da aplicação de forças horizontais a todos os pisos, sendo que estas forças horizontais dependem da força de corte na base e das massas de cada piso, associadas aos deslocamentos no modo de vibração fundamental.

No caso de não serem cumpridos os requisitos que permitam uma análise mais simplificada, é necessário recorrer à análise modal por espectro de resposta. Esta considera a contribuição de todos os modos de vibração e baseia-se na obtenção de esforços sísmicos através de um espectro de resposta a nível horizontal e vertical. Este método é o que o EC8 (IPQ, 2010) considera como referência para o dimensionamento sísmico e foi o utilizado no presente trabalho.

### **Análise Semi-Probabilística**

Para algumas soluções estruturais estudadas no Capítulo 5 foi considerada a acção sísmica, pelo que foi efectuado um dimensionamento adequado a esta acção. Este dimensionamento teve por base as disposições do EC8 (IPQ, 2010) que apresenta como requisitos fundamentais de desempenho:

- Requisito de não ocorrência de colapso - Tendo a estrutura de ser projectada e construída de forma a resistir à acção sísmica de cálculo, sem existir colapso global ou local, mantendo a sua integridade estrutural e uma capacidade resistente residual após a acção sísmica. O sismo de dimensionamento para este estado limite corresponde a um período de retorno de 475 anos;
- Requisito de limitação de danos - A estrutura deve ser projectada e construída de forma a resistir a uma acção sísmica, cuja probabilidade de ocorrência seja maior do que a acção sísmica de cálculo, sem a ocorrência de danos e de limitações de utilização cujos custos sejam desproporcionados em comparação com os da própria estrutura. O sismo de dimensionamento para este estado limite corresponde a um período de retorno de 95 anos.

No caso de estudo, que será analisado no próximo capítulo, apenas foi dada relevância ao primeiro requisito apresentado, uma vez que, devido à não especificação sobre os elementos não estruturais presentes, não se considerou relevante a limitação de danos em relação à acção sísmica tendo em conta o objectivo a alcançar.

O EC8 (IPQ, 2010) prevê a necessidade de consideração de dois tipos de acção sísmica em Portugal:

- Acção sísmica Tipo 1 - Designado de afastado e referente aos sismos com epicentro na região Atlântica;
- Acção sísmica Tipo 2 - Designado de próximo e referente aos sismos com epicentro no território Continental ou no Arquipélago dos Açores;

O presente regulamento impõe que, ao avaliar a segurança dos elementos estruturais, os valores de resistência do material devem ser determinados tendo em conta os valores de  $k_{mod}$  para acções instantâneas. É também realçada a importância de, ao utilizar uma análise modal por espectro de resposta, se considerar as respostas de todos os modos de vibração que contribuem significativamente para a resposta global da estrutura. Assim, este critério pode ser satisfeito se a soma das massas modais efectivas para os modos considerados representar, pelo menos, 90% da massa total da estrutura.

**Tipo de terreno** Devido à localização da estrutura em Lisboa, foi escolhido um terreno tipo A que, de acordo com o EC8 (IPQ, 2010), corresponde a: “Rocha ou outra formação geológica de tipo rochoso, que inclua, no máximo, 5 m de material mais fraco à superfície”.

**Zonas sísmicas** A estrutura localiza-se na zona sísmica 3, quer para a acção sísmica do tipo 1 quer para a do tipo 2. Deste modo, possui a aceleração sísmica de referência  $a_{g,R}$  de  $1,5 \text{ m/s}^2$  para a acção sísmica do tipo 1 e  $1,7 \text{ m/s}^2$  para a acção do tipo 2. Como o edifício possui fins habitacionais, o coeficiente de importância toma o valor de referência ( $\gamma_I = 1,0$ ), conduzindo a que o valor de cálculo da aceleração à superfície de um terreno do tipo A,  $a_g$ , seja igual ao valor de referência da aceleração máxima à superfície do terreno ( $a_{gR}$ ).

**Representação da acção sísmica** Devido à capacidade dos sistemas estruturais possuírem alguma ductilidade, é possível efectuar o dimensionamento de forma a resistirem a forças sísmicas inferiores às que seriam geradas pelo espectro de resposta elástico. Deste modo, e evitando análises mais elaboradas, o EC8 (IPQ, 2010) prevê a utilização de um coeficiente de comportamento que contempla o comportamento dúctil da estrutura e também a influência de amortecimentos viscosos diferentes de 5%, utilizando-se o espectro de resposta de cálculo descrito no Apêndice B.

Para o coeficiente de comportamento foi considerado que a estrutura possuía uma capacidade de dissipação de energia média (DCM) e, como se possui pórticos hiperestáticos com ligações com um comportamento do tipo cavilha, resulta um coeficiente de comportamento  $q = 2,5$ . O EC8 (IPQ, 2010) também realça o facto de se o edifício não for regular em altura, o respectivo coeficiente deverá sofrer uma redução de 20%. Apesar da estrutura estudada não conferir todos os requisitos para ser considerada como regular

em altura, mais especificamente devido ao grande recuo que o piso da cobertura sofre em relação aos restantes pisos, optou-se por não efectuar a redução do mesmo coeficiente.

É de salientar não ter sido utilizado qualquer espectro de resposta vertical, dado o EC8 (IPQ, 2010) apenas prever a sua utilização para determinados casos específicos que não se encontram na estrutura dimensionada.

O EC8 (IPQ, 2010) permite que os efeitos inércia da acção sísmica possam ser avaliados por meio das massas associadas a todas as forças gravíticas, seguindo a forma da combinação de acções presente na expressão:

$$\sum G_{k,j} + \sum \psi_{E,i} \cdot Q_{k,i} \quad (4.3)$$

o coeficiente  $\psi_{E,i}$  foi determinado segundo a expressão:

$$\psi_{E,i} = \varphi \cdot \psi_{2,i} \quad (4.4)$$

Por se tratar de um edifício com sobrecarga da categoria A, o EC8 (IPQ, 2010) prevê a utilização de  $\varphi$  igual a 1,0 para a cobertura e de 0,8 para pisos com ocupações correlacionadas.

**Combinação dos efeitos das componentes horizontais da acção sísmica** O IPQ (2010) define que se deve considerar que as componentes horizontais da acção sísmica actuam simultaneamente, devendo-se seguir as combinações a) e b) da expressão (4.5).

$$a) \quad E_{Edx} + 0,30 \cdot E_{Edy} \quad b) \quad 0,30 \cdot E_{Edx} + E_{Edy} \quad (4.5)$$

onde  $E_{Edx/y}$  representa os esforços devidos à aplicação da acção sísmica segundo o eixo horizontal  $x/y$  convencionado.

### Análise Probabilística

A modelação probabilística da acção sísmica não foi efectuada, pois o objectivo do presente estudo é avaliar o efeito que o dimensionamento sísmico possui na robustez estrutural.

#### 4.2.4 Combinações de Acções

O EC (IPQ, 2009a) prevê a utilização de dois estados limites, consoante a avaliação da segurança a efectuar: os estados Limites Últimos (ELU) e os estados Limites de Utilização (ELUt). Nos ELU deve-se incluir os estados que estão directamente relacionados com a segurança das pessoas e/ou da estrutura, os que englobam a protecção do recheio das construções e os estados que precedem a rotura estrutural, enquanto que os ELUt referem-se ao funcionamento da estrutura ou dos elementos estruturais que a constituem, ao conforto das pessoas no interior das estruturas e ao próprio aspecto da construção em condições normais de utilização.

De seguida serão descritas as situações de projecto consideradas na avaliação da segurança para os ELU. Quanto aos ELUt, estes foram considerados na limitação dos deslocamentos verticais.

### Situação de projecto persistente ou transitória

Esta combinação de acções, também designada por fundamental, é caracterizada pela combinação das cargas permanentes ( $G$ ) com as cargas variáveis ( $Q$ ) afectadas de coeficientes parciais de segurança  $\gamma_G$  e  $\gamma_Q$ , respectivamente, como se pode ver na expressão (4.6). Como existe uma diminuta probabilidade de, ao mesmo tempo, ocorrerem os valores máximos de duas acções variáveis, o regulamento define que se deve considerar a carga variável que contribui de uma forma mais desfavorável para a segurança como acção de variável base -  $Q_{k,1}$ , combinada com as outras acções variáveis afectadas de um factor de redução,  $\psi$ .

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (4.6)$$

Como no caso de estudo, que se irá apresentar no Capítulo 5, não existe qualquer tipo de pré-esforço (parcela  $P$ ) e apenas se possui uma sobrecarga, a expressão (4.6) pode ser simplificada para a expressão (4.7).

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_Q Q_k \quad (4.7)$$

Na Tabela 4.4 encontram-se apresentados os coeficientes parciais de segurança utilizados.

Tabela 4.2: Coeficientes parciais de segurança utilizados

Tipo de Acção	$\gamma_G$	$\gamma_Q$
Favorável	1,0	0
Desfavorável	1,35	1,5

### Situação de projecto accidental

Nesta situação de projecto são contemplados os casos de acidente ( $A_d$ ), correspondentes a eventos com uma reduzida probabilidade de ocorrência. Como tal, as acções não se encontram majoradas pelos coeficientes parciais de segurança, como se pode observar na expressão:

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_d + (\psi_1 \text{ ou } \psi_2) Q_k + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.8)$$

O Eurocódigo IPQ (2009a) aconselha que se utilize o valor de  $\psi_1$  ou  $\psi_2$  consoante a acção accidental considerada, sendo, neste caso, o coeficiente  $\psi_1$  utilizado dado ser o mais

desfavorável. Para os casos analisados, as situações acidentais estudadas são referentes a uma situação após a ocorrência do acidente (remoção de um elemento estrutural vertical), podendo a expressão (4.8) dar lugar à expressão (4.9).

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_d + \psi_1 Q_k \quad (4.9)$$

#### Situação de projecto sísmica

Como na situação de projecto descrita anteriormente, as acções sísmicas são acções com uma reduzida probabilidade de ocorrência, pelo que também não se encontram majoradas com os coeficientes parciais de segurança. Para esta situação, o Eurocódigo IPQ (2009a) propõe a combinação de acções expressa pela equação (4.10) que, devido às considerações explicadas anteriormente, pode ser simplificada na expressão (4.11).

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + P + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (4.10)$$

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_{Ed} + \psi_2 Q_k \quad (4.11)$$

sendo  $A_{Ed}$  referente à acção sísmica, considerada pelo meio de espectro de resposta de cálculo elástico, tal como foi descrito anteriormente.

### 4.3 Modelação das Resistências e Propriedades do Material

As propriedades da madeira são bastante variáveis, variando não só com a duração e direcção dos carregamentos, mas também com as características do ambiente em que estão inseridas.

O Eurocódigo 5 (CEN, 2003) apresenta a classe de serviço que, de uma forma geral, caracteriza o meio ambiente a que a estrutura está sujeita, em termos de temperatura e de humidade relativa do ar. Deste modo, podem-se distinguir:

1. Classe de serviço 1 - Apresenta um teor de humidade nos materiais que corresponde a um ambiente envolvente caracterizado por uma temperatura de 20° C e uma humidade relativa que excede os 65% apenas em algumas semanas por ano;
2. Classe de serviço 2 - Apresenta um teor de humidade nos materiais que corresponde a um ambiente envolvente caracterizado por uma temperatura de 20° C e uma humidade relativa que excede os 85% apenas em algumas semanas por ano;
3. Classe de serviço 3 - Apresenta condições climáticas que conduzam a um teor de humidade nos materiais superior aos da classe de serviço 2.

A influência do teor de humidade dos materiais em conjunto com a influência da duração dos carregamentos conduz à necessidade de utilização de um factor de modificação da resistência,  $k_{mod}$ . Na Tabela 4.3 são apresentados os valores recomendados no EC5 (CEN, 2003) para a madeira lamelada colada, salientando-se que para o presente estudo foi considerada uma classe de serviço 1.

Tabela 4.3: Valores de  $k_{mod}$  para a madeira lamelada colada

Classe de Duração	Classe de Serviço		
	1	2	3
Permanente	0,6	0,6	0,5
Longo Prazo	0,7	0,7	0,55
Médio Prazo	0,8	0,8	0,65
Curto Prazo	0,9	0,9	0,7
Instantânea	1,1	1,1	0,9

No caso de a combinação de acções em análise ser composta por acções com diferentes classes de duração, o Eurocódigo 5 (CEN, 2003) remete que deve ser escolhido o valor de  $k_{mod}$  correspondente à acção com menor tempo de duração.

O modelos de resistência, considerados no presente estudo, foram obtidos pelo EC5 (CEN, 2003), sendo que nas análises semi-probabilísticas foram considerados coeficientes parciais de segurança e os valores característicos das resistências, enquanto que nas análises probabilísticas não foram considerados coeficientes parciais de segurança e foram utilizadas variáveis aleatórias referentes às resistências.

### 4.3.1 Propriedades da Madeira

#### Análise Semi-Probabilística

A consideração do factor de modificação da resistência ( $k_{mod}$ ) é parte fundamental para a obtenção das propriedades de cálculo que, segundo o Eurocódigo 5 (CEN, 2003), podem ser representadas pela expressão:

$$X_d = k_{mod} \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (4.12)$$

onde  $\gamma_M$  é o coeficiente parcial de segurança e  $X_k$  é o valor característico da propriedade. Por valor característico de uma resistência entende-se como sendo o valor cuja probabilidade de não excedência é igual a 5%, durante o período de referência de um ano.

Os valores dos coeficientes de segurança para os materiais depende, para além do material, da combinação em análise. Os valores propostos no EC5 (CEN, 2003) são apresentados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: Diferentes valores de  $\gamma_M$ 

Material	Combinação Fundamental	Combinação Acidental
Madeira Sólida	1,3	1,0
Madeira Lamelada Colada	1,25	1,0

### Análise Probabilística

Nesta análise, a expressão (4.12) continua a ser válida se, em vez do valor característico  $X_k$ , for utilizada uma variável aleatória e, consequentemente for retirado o coeficiente parcial de segurança.

A modelação probabilística das propriedades do material tiveram por base o código modelo JCSS (2006) onde, à semelhança da modelação das acções, as propriedades do material são consideradas como variáveis aleatórias possuindo uma determinada distribuição de probabilidades.

Devido à grande variação, no tempo e no espaço, das propriedades da madeira, o código JCSS (2006) propõe a definição de três propriedades aleatórias de referência que devem ser obtidas através de ensaios, sendo as outras propriedades do material avaliadas com base nas de referência através de relações pré-definidas. Estas relações tiveram por base vários ensaios efectuados a amostras padrão, sob condições de referência. Deste modo, são definidas como variáveis aleatórias de referência a tensão de rotura à flexão ( $f_m$ ), o módulo de elasticidade à flexão ( $E_m$ ) e a densidade média ( $\rho_m$ ), sendo os seus valores médios obtidos através das expressões descritas no Apêndice A, sabendo que os valores característicos possuem uma probabilidade de não excedência de 5%, durante o período de referência de um ano.

Na Tabela 4.5 são apresentadas as distribuições de probabilidades com os valor médios ( $E[X]$ ) e coeficientes de variação ( $COV[X]$ ), que o código modelo JCSS (2006) recomenda para cada propriedade.

Estas propriedades apresentam ainda significativa correlação, modelada no JCSS (2006) como se apresenta na matriz C. Nesta matriz, encontra-se representada a correlação utilizada, possuindo os seguintes significados: 0,8 - elevada correlação, 0,6 - média correlação, 0,4 - baixa correlação.

$$C = \begin{pmatrix} f_{m,k} & E_{0,05} & \rho_k & f_{t,0,k} & f_{c,0,k} & G_{0,05} \\ 1 & 0,8 & 0,6 & 0,8 & 0,8 & 0,4 \\ 0,8 & 1 & 0,6 & 0,6 & 0,6 & 0,6 \\ 0,6 & 0,6 & 1 & 0,4 & 0,8 & 0,6 \\ 0,8 & 0,6 & 0,4 & 1 & 0,5 & 0,4 \\ 0,8 & 0,6 & 0,8 & 0,5 & 1 & 0,4 \\ 0,4 & 0,6 & 0,6 & 0,4 & 0,4 & 1 \end{pmatrix}$$

Tabela 4.5: Modelos probabilísticos para as propriedades mecânicas da madeira lamelada colada utilizadas (JCSS, 2006)

Propriedade	Distribuição	Média	Coefficiente de Variação
Tensão de rotura à flexão ( $f_m$ )	Lognormal	$E[f_m]$	0,15
Módulo de elasticidade à flexão ( $E_m$ )	Lognormal	$E[E_m]$	0,13
Densidade média ( $\rho_m$ )	Normal	$E[\rho_m]$	0,1
Tensão de rotura à tracção paralela ao fio ( $f_{t,0}$ )	Lognormal	$0,6E[f_m]$	$1,2COV[f_m]$
Tensão de rotura à compressão paralela ao fio ( $f_{c,0}$ )	Lognormal	$5E[f_m]^{0,45}$	$0,8COV[f_m]$
Módulo de distorção ( $G_v$ )	Lognormal	$E[E_m]/16$	$COV[E_m]$

### 4.3.2 Modelos de Resistência

De um modo geral, a segurança é verificada através da expressão (4.13).

$$R_d \geq S_d \quad (4.13)$$

onde  $R_d$  é a resistência de dimensionamento e  $S_d$  é o efeito das acções de dimensionamento.

Na análise de sistemas porticados, os esforços mais significativos são os momentos flectores e os esforços axiais. Nas alíneas seguintes são apresentados os modelos de resistência utilizados neste trabalho, tendo por base o disposto no EC5 (CEN, 2003).

Os elementos estruturais horizontais estão sobretudo sujeitos a esforços de flexão e, em alguns casos, a esforços de flexão combinados com tracção, sendo necessário verificar a segurança em relação aos Estados Limites Últimos: flexão, flexão combinada com tracção e bambeamento. Em relação aos Estados Limites de Utilização é necessário verificar a deformação vertical.

Quanto aos elementos estruturais verticais, estes encontram-se sobretudo sujeitos a esforços de compressão, tracção, flexão combinada com compressão e a fenómenos de instabilização, sendo necessário verificar a segurança destes elementos segundo os Estados Limites Últimos.

#### Tracção

O Eurocódigo 5 CEN (2003) propõe para verificação da segurança à tracção a seguinte expressão:

$$\sigma_{t,0,d} \leq f_{t,0,d} \quad (4.14)$$



onde  $\sigma_{t,0,d}$  e  $f_{t,0,d}$  representam a tensão actuante e resistente à tracção, dadas pelas expressões (4.15) e (4.16), respectivamente.

$$\sigma_{t,0,d} = \frac{N_{ed}}{A} \quad (4.15)$$

sendo  $N_{ed}$  o esforço axial de tracção de cálculo e  $A$  a área da secção transversal.

$$f_{t,0,d} = \frac{k_{mod} \times k_{sys} \times k_h \times f_{t,0,k}}{\gamma_M} \quad (4.16)$$

onde  $f_{t,0,k}$  representa a tensão característica à tracção paralela ao fio, o valor de  $k_h$  modela o efeito das dimensões, uma vez que sendo a madeira um material onde a rotura ocorre pela zona de maior defeito e, quanto maior for o elemento, maior a probabilidade de existir um defeito de grandes dimensões. Este coeficiente admite que os valores de resistência à flexão e à tracção característicos podem ser aumentados para alturas de secção ( $h$ ) menores de 600 mm no caso de madeira glulam (ver expressão 4.17).

$$k_h = \min \left\{ \left( \frac{600}{h} \right)^{0,1}, 1 \right\} \quad (4.17)$$

O valor de  $k_{sys}$  é um coeficiente que permite aumentar a carga resistente se a estrutura for composta por um conjunto de sub-estruturas que permitem a distribuição lateral das cargas, possuindo como noção base o facto de o valor de dimensionamento considerar defeitos, sendo que estes não existirão em todas os elementos e pode tomar o valor unitário para elementos que não permitem a distribuição lateral das cargas e 1,10 para os elementos que permitem.

### Compressão

A verificação da segurança à compressão é dada, segundo o EC5 (CEN, 2003), pela expressão:

$$\sigma_{c,0,d} \leq f_{c,0,d} \quad (4.18)$$

onde  $\sigma_{c,0,d}$  e  $f_{c,0,d}$  representam a tensão actuante e resistente à compressão, dadas pelas expressões (4.19) e (4.20), respectivamente.

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{ed}}{A} \quad (4.19)$$

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} \times k_{sys} \times f_{c,0,k}}{\gamma_M} \quad (4.20)$$

sendo  $N_{ed}$  o esforço axial de compressão de cálculo e  $f_{c,0,k}$  a tensão característica à compressão paralela ao fio.

### Flexão Composta

Esta verificação contempla esforços de flexão em duas direcções. Segundo o Eurocódigo 5 (CEN, 2003) devem ser verificadas as expressões (4.21), sendo que  $y$  representa o eixo de maior inércia do elemento.

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{e} \quad k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (4.21)$$

onde  $\sigma_{m,y,d}$  representa a tensão actuante à flexão,  $f_{m,y,d}$  a tensão resistente à flexão e  $k_m$  é um factor que contempla a redistribuição de tensões e o efeitos de heterogeneidades da secção transversal do material. Este factor toma o valor de 0,7 para secções rectangulares e o valor unitário para as restantes secções transversais.

A tensão actuante é então dada pela expressão:

$$\sigma_{m,y/z,d} = \frac{M_{y/z} \times z}{I_{y/z}} \quad (4.22)$$

O valor de  $M_{y/z}$  é o momento flector a que o elemento se encontra sujeito segundo o eixo  $y$  ou  $z$ ,  $z$  corresponde à distância entre esse eixo e a fibra mais distante na direcção considerada e  $I_{y/z}$  corresponde ao momento de inércia referente ao eixo do momento aplicado.

A tensão resistente à flexão é dada por:

$$f_{m,d} = \frac{k_{mod} \times k_{sys} \times k_h \times f_{m,k}}{\gamma_M} \quad (4.23)$$

onde  $f_{m,k}$  representa a tensão característica à flexão.

### Flexão combinada com tracção

Para algumas situações específicas, que se verá no Capítulo 5, foi verificada a existência de esforços de flexão combinados com tracção. Deste modo, o Eurocódigo 5 CEN (2003) apresenta as expressões (4.24) para verificar a segurança.

$$\frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_{t,0,d}}{f_{t,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (4.24)$$

Em que a diferença destas expressões (4.24) para as expressões onde os elementos apenas estão sujeitos a flexão (4.21) reside na inclusão do parâmetro da tracção.

### Flexão Combinada com Compressão

O EC5 (CEN, 2003) define a segurança à flexão combinada com compressão usando:

$$\left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{e} \quad \left(\frac{\sigma_{c,0,d}}{f_{c,0,d}}\right)^2 + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (4.25)$$

As parcelas correspondentes à flexão tomam o mesmo significado descrito na parte referente à flexão composta. É possível observar que a nova parcela, que corresponde à compressão, composta pela tensão resistente à compressão ( $f_{c,0,d}$ ) e pela tensão actuante à compressão ( $\sigma_{c,0,d}$ ), vem elevada ao quadrado, uma vez que a rotura por compressão da madeira é considerada dúctil, isto é, o material têm capacidade de redistribuir as tensões axiais pelas secções menos comprimidas, resultando num aumento da segurança.

### Bambeamento

Quando as vigas estão sujeitas a esforços de flexão ou a esforços de flexão combinados com compressão, torna-se necessário verificar a estabilidade quanto à flexão-torção. Esta avaliação pode ser feita recorrendo à esbelteza relativa em função da flexão que se encontra expressa na equação (4.26). Assim, se a esbelteza relativa for inferior a 0,75, o elemento não é susceptível ao fenómeno de bambeamento, por outro lado, se for superior então é susceptível, sendo necessário verificar a segurança ao fenómeno.

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (4.26)$$

sendo  $\sigma_{m,crit}$  a tensão crítica à flexão e pode ser obtida, em específico para a madeira lamelada colada, pela expressão:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{M_{y,crit}}{W_y} = \frac{\pi \times b^3 \times h \sqrt{E_{0,05} \times G_{0,05} \times (1 - 0,63b/h)}}{6 \times L \times W_y} \quad (4.27)$$

em que  $E_{0,05}$  e  $G_{0,05}$  corresponde ao quantilho de 5% do módulo de elasticidade paralelo ao fio e do módulo de distorção paralelo ao fio, respectivamente. Os valores de  $b$ ,  $h$  correspondem às dimensões da secção transversal e  $L$  ao comprimento do elemento. Quanto ao módulo da secção, o mesmo é dado por:

$$W_y = \frac{I_y}{z} \quad (4.28)$$

Como nas vigas nunca se obtém esforços axiais de compressão significativos, a avaliação da segurança é dada pela equação (4.29) que relaciona a tensão actuante à flexão ( $\sigma_{m,d}$ ) com a tensão resistente à flexão ( $f_{m,d}$ ) afectada de um coeficiente que têm em conta a redução da resistência à flexão devido à encurvadura lateral ( $k_{crit}$ ).

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit} \times f_{m,d} \quad (4.29)$$

o coeficiente  $k_{crit}$  depende da esbelteza relativa ( $\lambda_{rel,m}$ ) e é dado por:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{para } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75\lambda_{rel,m} & \text{para } 0,75 \leq \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{para } 1,4 \leq \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad (4.30)$$

### Encurvadura

Este fenómeno surge quando os elementos estão comprimidos ou quando se encontram sujeitos a uma combinação de compressão com flexão. Uma forma de avaliar se os elementos são ou não susceptíveis de instabilizar é através da avaliação da esbelteza relativa ( $\lambda_{rel}$ ) em relação aos principais eixos de flexão,  $y$  e  $z$ , dada pelas expressões:

$$\lambda_{rel,y} = \frac{\lambda_y}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,o,k}}{E_{0,05}}} \quad \text{e} \quad \lambda_{rel,z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,o,k}}{E_{0,05}}} \quad (4.31)$$

em que a esbelteza é dada por:

$$\lambda_{y/z} = \frac{L_e}{i} = \frac{L_e}{\sqrt{I_{y/z}/A}} \quad (4.32)$$

sendo  $I_{y/z}$  o momento de inércia em relação ao eixo  $y$  ou  $z$ ,  $A$  a área da secção transversal e  $L_e$  o comprimento de encurvadura, considerado igual ao comprimento do elemento.

Caso a esbelteza relativa  $\lambda_{rel,y}$  ou  $\lambda_{rel,z}$  sejam inferiores a 0,3 então, o elemento não é susceptível de instabilizar, sendo a verificação da segurança avaliada pela expressão (4.25), caso contrário é necessário considerar o fenómeno de encurvadura através da expressão (4.33)

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y}f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad \text{e} \quad \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z}f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (4.33)$$

Verifica-se que na expressão (4.33) a parcela correspondente à compressão não se encontra elevada ao quadrado, pois neste fenómeno estamos perante uma rotura frágil, isto é, o elemento não possui capacidade de redistribuição de tensões. Todos os termos presentes possuem o significado anteriormente descrito, à excepção dos coeficientes  $k_{c,y}$  e  $k_{c,z}$  que podem ser determinados com base nas expressões (4.34) e (4.35), respectivamente:

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,y}^2}} \quad (4.34)$$

$$k_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{rel,z}^2}} \quad (4.35)$$

Os parâmetros  $k_y$  e  $k_z$  por sua vez são obtidos pelas expressões (4.36) e (4.37), respectivamente:

$$k_y = 0,5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,y} - 0,3) + \lambda_{rel,y}^2) \quad (4.36)$$

$$k_z = 0,5(1 + \beta_c(\lambda_{rel,z} - 0,3) + \lambda_{rel,z}^2) \quad (4.37)$$

Estes coeficientes dependem de um factor  $\beta_c$  que está relacionado com os limites de linearidade, tomando os valores de 0,1 para madeira lamelada colada e de 0,2 para a madeira sólida.

### Deformação Vertical

Para as vigas foi também verificado os estados limites de utilização (ELUt.). O Eurocódigo 5 define que a deformação de um membro estrutural é requerida a dois níveis:

- Imediatamente após a aplicação do carregamento, resultando a deformação instantânea,  $u_{inst}$ ;
- Depois de todos os deslocamentos dependentes do tempo terem ocorrido, chamada de deformação final,  $u_{fin}$ ;

A deformação vertical é calculada dependendo do comportamento de deformação da estrutura. Assumindo-se um comportamento de deformação semelhante entre todos os elementos e ligações estruturais, a deformação final é calculada pela expressão (4.38) para acções permanentes e (4.39) para cargas variáveis.

$$u_{fin,G} = u_{inst,G} + u_{creep,G} = u_{inst,G}(1 + k_{def}) \quad (4.38)$$

$$u_{fin,Q,1} = u_{inst,Q,1} + u_{creep,Q,1} = u_{inst,Q,1}(1 + \psi_2 k_{def}) \quad (4.39)$$

onde  $k_{def}$  é o factor de deformação, tomando o valor 0,6 para a classe de serviço 1, e como apenas foi considerado uma sobrecarga, a deformação final é dada pela expressão:

$$u_{fin} = u_{fin,G} + u_{fin,Q,1} \quad (4.40)$$

Para a verificação da referida deformação, o Eurocódigo 5 aconselha, como limitação do deslocamento, valores entre  $L/150$  a  $L/300$ , tendo-se adoptado o valor de  $L/200$ , em que  $L$  representa o comprimento do vão da viga em análise em metros.

## 4.4 Conclusões

Neste capítulo abordou-se a metodologia utilizada, para a modelação das acções e das resistências, no caso de estudo. Nas acções foram consideradas as cargas permanentes, variáveis e sísmicas, enquanto que as resistências estão relacionadas com as características da madeira como material estrutural.

Foi descrita cada acção e propriedade estrutural considerada, segundo as análises semi-probabilística e probabilística, apresentando-se as suas características na modelação. Descreveu-se ainda a acção sísmica e a metodologia seguida para a sua consideração a nível semi-probabilístico, não sendo considerado o nível probabilístico dado não se enquadar no objectivo do presente estudo.

Por fim, apresentou-se as combinações de acções, preconizadas no EC (IPQ, 2009a), utilizadas nas diferentes situações de projecto, sendo também apresentados os modelos de resistência utilizados para a avaliação da segurança dos elementos estruturais.

## Capítulo 5

# Caso de Estudo

### 5.1 Aspectos Gerais

O presente Capítulo tem por finalidade apresentar a avaliação da influência do dimensionamento sísmico na robustez estrutural de uma estrutura de madeira, por intermédio de análises semi-probabilísticas e probabilísticas.

Quanto à escolha do caso de estudo, esta recaiu sobre um edifício construído em madeira lamelada colada, com cinco pisos e fins habitacionais em Lisboa. Foram consideradas três soluções estruturais, considerando ou não a acção sísmica e diferentes alternativas de projecto. A estrutura foi, em primeiro lugar, dimensionada segundo uma abordagem semi-probabilística utilizando o Eurocódigo 5 (CEN, 2003), para um tempo de vida útil de projecto de cinquenta anos e, em seguida, estudada semi-probabilisticamente e probabilisticamente.

O estudo da robustez foi realizado considerando a remoção de elementos estruturais em cada solução estrutural, sendo comparado o desempenho destas estruturas danificadas com o das estruturas intactas. Analisou-se, para cada solução estrutural, vários casos distintos sendo que, inicialmente, foram admitidas as ligações entre os elementos estruturais com um comportamento do tipo rótula e, posteriormente, modelada uma rigidez de rotação.

Os carregamentos considerados na análise semi-probabilística foram o peso próprio dos elementos, dos revestimentos, das paredes interiores, das paredes exteriores, a sobrecarga de utilização e, em duas soluções estruturais, a acção sísmica. Na análise probabilística, as acções modeladas como variáveis aleatórias foram o peso próprio e a sobrecarga, sendo as restantes cargas permanentes consideradas determinísticas.

O material estrutural considerado foi a madeira lamelada colada homogénea, com uma classe de resistência à flexão de  $24N/mm^2$  - GL24h (BSI, 1999), sendo todas as características mecânicas consideradas com o seu valor característico na análise semi-probabilística e como variáveis aleatórias na análise probabilística.

A modelação das estruturas foi realizada usando o programa de cálculo automático SAP2000 (Computers & Structures, 2005), sendo que a avaliação da segurança a nível semi-probabilístico teve por base o desenvolvimento de algoritmos em MATLAB (Hanselman e Littlefield, 1997). As análises de fiabilidade estrutural foram realizadas com recurso ao método de Monte Carlo, tendo também sido desenvolvido um algoritmo em MATLAB (Hanselman e Littlefield, 1997) para o efeito.

Como referido anteriormente, as três soluções estruturais estudadas variam conforme a acção que se pretende estudar. Assim sendo, uma primeira solução foi dimensionada tendo em conta apenas a acção das cargas verticais, enquanto que a segunda e terceira incluem no seu dimensionamento acções sísmicas. O primeiro e terceiro modelo possuem soluções estruturais semelhantes, compostas por vigas e pilares, enquanto o segundo modelo considera a existência de contraventamentos, em forma de cruces de Santo André, nas fachadas exteriores da estrutura. Na Figura 5.1 apresenta-se a estrutura base estudada.

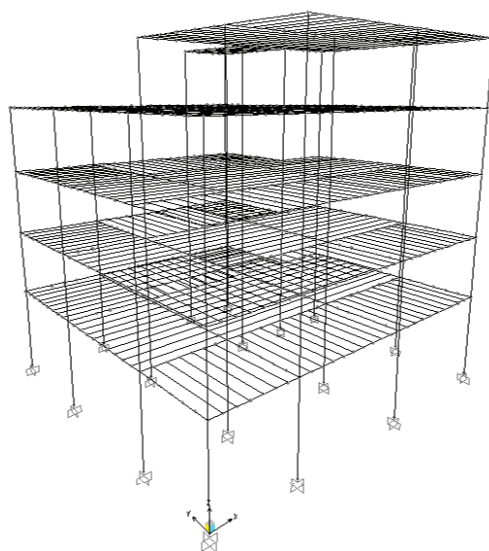


Figura 5.1: Estrutura base utilizada

## 5.2 Caracterização e Modelação do Problema

A estrutura foi modelada usando o programa SAP2000 (Computers & Structures, 2005) admitindo-se, devido ao comportamento em geral frágil do material, um comportamento elástico linear.

As Figuras 5.2 a) e 5.3 a) apresentam a Solução Estrutural 1, que corresponde a um dimensionamento considerando apenas acções verticais, não sendo contabilizada qualquer acção sísmica.



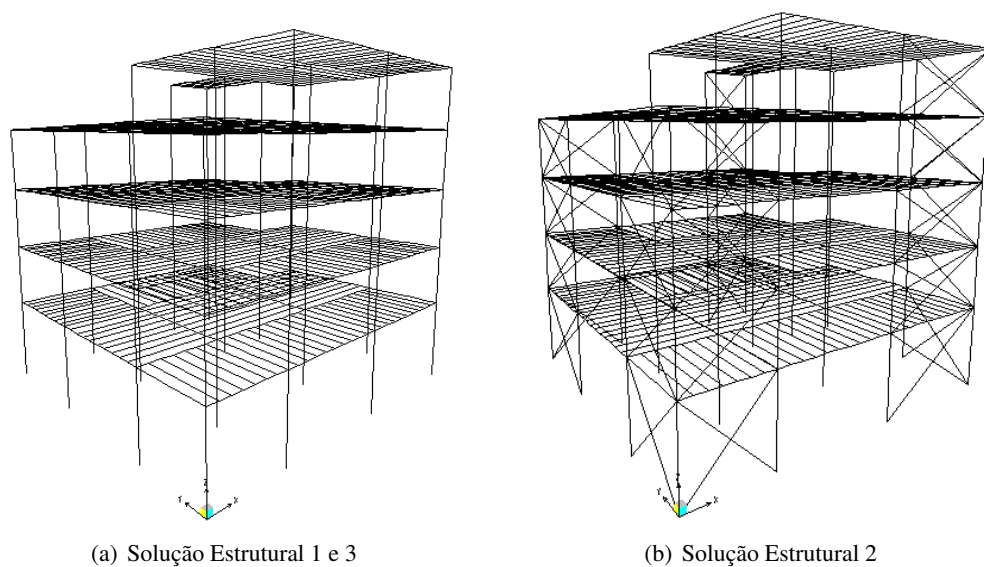


Figura 5.2: Estruturas analisadas

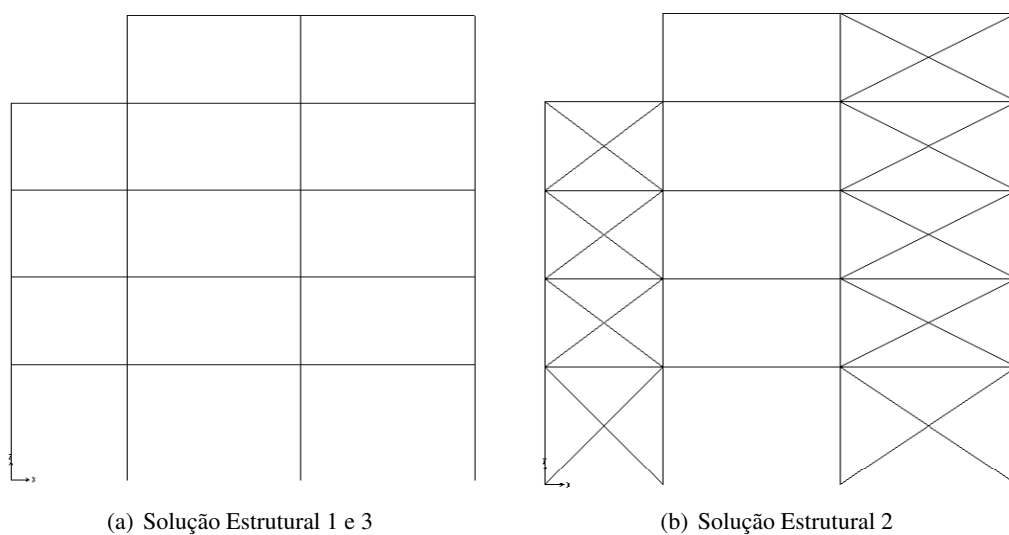


Figura 5.3: Pórticos da estrutura

A solução 2 foi dimensionada considerando a acção sísmica, sendo o aumento de resistência a acções horizontais garantido pela introdução de cruces de contraventamento nas fachadas da estrutura, como se apresenta nas Figuras 5.2 b) e 5.3 b).

A solução 3 é bastante semelhante à solução 1, tendo as dimensões das secções transversais dos pilares aumentado para garantir a segurança à acção sísmica.

As soluções estruturais utilizadas são bastante tradicionais, sendo os pisos constituídos por vigas principais onde apoiam vigas secundárias, afastadas de três a seis metros (Figura 5.4 e 5.5). Os elementos verticais são apenas pilares (solução estrutural 1 e 3), possuindo um comprimento entre os quatro metros na base e três metros nos restantes pisos, ou pilares e contraventamentos (solução estrutural 2).

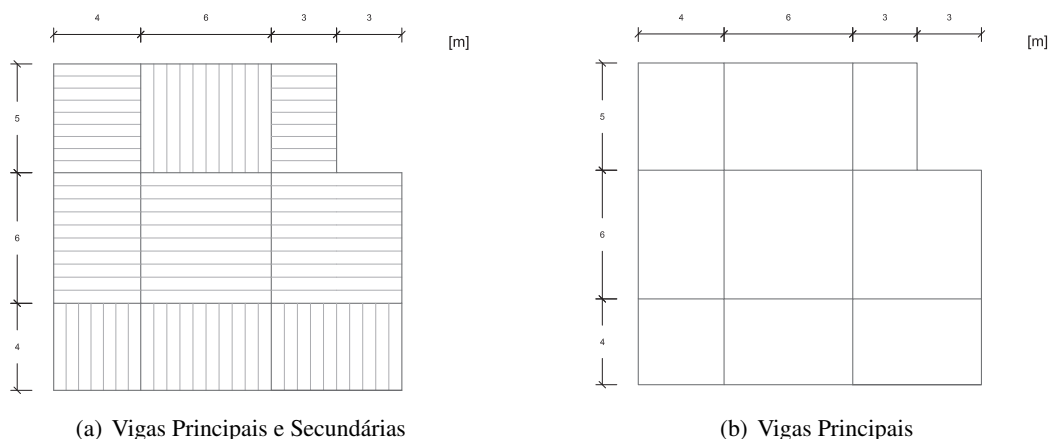


Figura 5.4: Distribuição das vigas de um piso intermédio

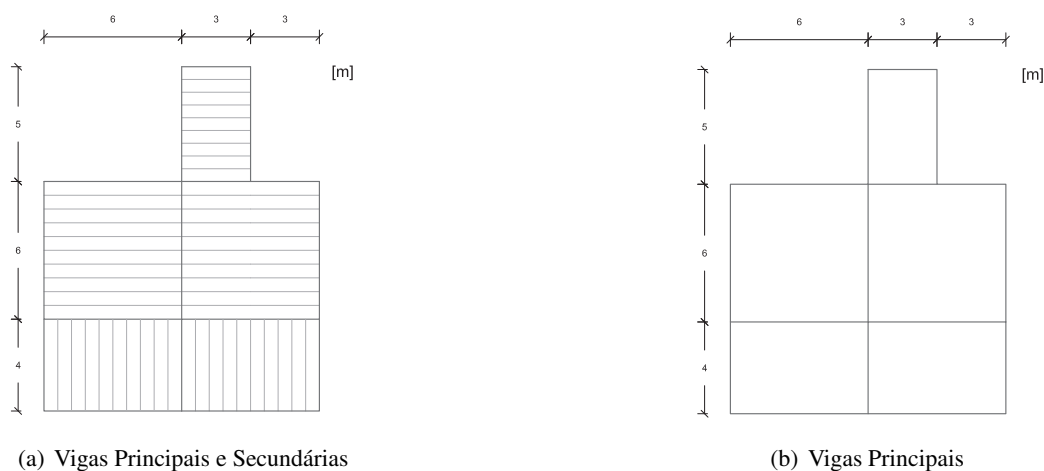


Figura 5.5: Distribuição das vigas da cobertura

A estrutura foi modelada considerando elementos de viga para as vigas, pilares e contraventamentos. Numa primeira fase, a ligação viga-pilar foi assumida como rotulada sendo, posteriormente, sido introduzidos, entre estes elementos, elementos de comprimento nulo que simulam a rigidez das ligações.

Na Tabela 5.1 são resumidas as principais características das três soluções estruturais.

Tabela 5.1: Resumo das diferenças entre os vários modelos

Modelo	Acções Verticais	Acção Sísmica	Contraventamentos
Solução 1	Sim	Não	Não
Solução 2	Sim	Sim	Sim
Solução 3	Sim	Sim	Não

As vigas de pavimentos, para todos os modelos e análises estudadas, foram consideradas como tendo um comportamento bi-rotulado. Os contraventamentos foram modelados como bi-rotulados em todas as análises.

### 5.3 Material Estrutural

O único material utilizado com funções estruturais foi o lamelado colado Glulam Homogéneo GL24h. Na Tabela 5.2 apresentam-se as propriedades consideradas no presente estudo, para a análise semi-probabilística.

Tabela 5.2: Características mecânicas da madeira lamelada colada GL24h (BSI, 1999)

Característica Mecânica	GL24h
Tensão de rotura característica à flexão $f_{m,k}$	24 [N/mm <sup>2</sup> ]
Tensão de rotura característica à tracção paralela ao fio $f_{t,0,k}$	16,5 [N/mm <sup>2</sup> ]
Tensão de rotura característica compressão paralela ao fio $f_{c,0,k}$	24 [N/mm <sup>2</sup> ]
Módulo de elasticidade paralelo característico $E_{0,05}$	9400 [N/mm <sup>2</sup> ]
Módulo de distorção médio $G_{mean}$	720 [N/mm <sup>2</sup> ]
Valor característico da densidade $\rho_k$	3,8 [kN/m <sup>3</sup> ]

Em relação à análise probabilística, apresenta-se na Tabela 5.3 as variáveis aleatórias consideradas com as respectivas distribuições de probabilidade e parâmetros.

Tabela 5.3: Modelos probabilísticos das propriedades mecânicas da madeira lamelada colada GL24h (JCSS, 2006)

Propriedade	Distribuição	$\mu$	$\sigma$	$\lambda$	$\theta$	Unidades
$f_m$	Lognormal	3,4242	0,1492	31,0408	21,6795	N/mm <sup>2</sup>
$E_m$	Lognormal	2,4543	0,1295	11,7364	2,3278	kN/mm <sup>2</sup>
$f_{t,0}$	Lognormal	2,9085	0,1786	18,6245	11,2387	N/mm <sup>2</sup>
$f_{c,0}$	Lognormal	3,1482	0,1196	23,4607	7,9258	N/mm <sup>2</sup>
$G_v$	Lognormal	-0,3183	0,1295	0,7335	0,0099	kN/mm <sup>2</sup>
$\rho_m$	Normal	3,8	0,38	-	-	kN/m <sup>3</sup>

A geração de variáveis aleatórias correlacionadas, que seguem uma distribuição Lognormal, foi obtida por intermédio da distribuição Normal associada. Assim,  $\lambda$  e

$\theta$  representam a média e variância, respectivamente, relacionadas com a distribuição probabilística adoptada, enquanto  $\mu$  e  $\sigma$  representam a média e o desvio padrão associados à distribuição normal, respectivamente.

## 5.4 Acções

As acções verticais consideradas na análise semi-probabilística do presente estudo apresentam-se na Tabela 5.4, juntamente com os respectivos valores característicos. A sobrecarga é definida considerando que o edifício se destina à habitação, sendo que a sobrecarga da cobertura é a mesma que a dos pisos intermédios, pois foi considerada como acessível (IPQ, 2009b). Para esta acção, os coeficientes de redução  $\psi$  são apresentados na Tabela 5.5.

Tabela 5.4: Carregamento adoptado

Carregamento	Valor Característico
Peso próprio	-(*)
Revestimentos	0,65 [kN/m <sup>2</sup> ]
Peso das paredes divisórias	1,0 [kN/m <sup>2</sup> ]
Peso das paredes exteriores	3,0 [kN/m]
Sobrecarga regulamentar	2,0 [kN/m <sup>2</sup> ]

O peso próprio(\*) depende das dimensões de cada elemento e da densidade do material que se encontra definida na Tabela 5.2.

Tabela 5.5: Coeficientes de redução  $\psi$  adoptados

Sobrecarga	Categoria A
$\psi_0$	0,7
$\psi_1$	0,5
$\psi_2$	0,3

Quanto às acções horizontais, estas são referentes a acções sísmicas e foram consideradas por intermédio de uma análise modal por espectro de resposta elástica de dimensionamento, apresentado na Figura 5.6, de acordo com o definido no Capítulo 4 e no Apêndice B.

Na Tabela 5.6 apresenta-se a variável aleatória referente à sobrecarga, considerada na análise probabilística, juntamente a sua distribuição e parâmetro.

Tabela 5.6: Modelos probabilísticos para as acções consideradas (JCSS, 2001)

Acção	Distribuição	Parâmetro
Sobrecarga ( $Q_m$ )	Exponencial	$\lambda = 0,511$ [kN]

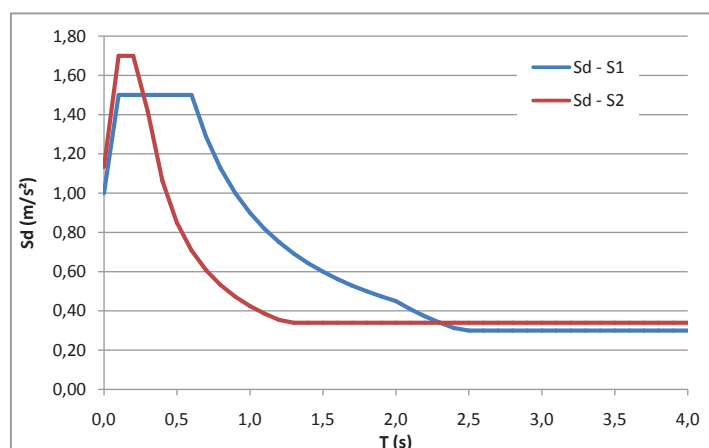


Figura 5.6: Espectros de resposta de dimensionamento

## 5.5 Dimensionamento Semi-Probabilístico

O dimensionamento das várias soluções estruturais foi, numa primeira fase, realizado seguindo as recomendações dos Eurocódigos, considerando os estados limites últimos (ELU) e os estados limites de utilização (ELUt).

A segurança dos elementos estruturais, em relação aos Estados Limites Últimos, foi verificada para duas combinações de dimensionamento: para uma duração instantânea (nas situações em que a acção sísmica é considerada) e a médio prazo, sendo a mais condicionante a ditar a secção transversal a utilizar:

$$P_d = G_k + A_{Ed} + 0,3 \times Q_k \quad \text{com} \quad k_{mod} = 1,1 \quad (5.1)$$

$$P_d = 1,35 \times G_k + 1,5 \times Q_k \quad \text{com} \quad k_{mod} = 0,8 \quad (5.2)$$

onde,  $G_k$ ,  $Q_k$  e  $A_{Ed}$  representam as acções permanentes, variável e sísmica, respectivamente.

Após a determinação das secções transversais para as vigas considerando os ELU, procedeu-se à verificação dos ELUt em relação aos deslocamentos verticais, baseando-se na comparação dos deslocamentos verticais com os limites estabelecidos no Eurocódigo 5 (CEN, 2003). Saliente-se o facto de nestas verificações ter apenas sido utilizada uma carga de dimensionamento referente à combinação quase-permanente, pois é a mais condicionante para as verificações que aqui se efectuam.

No dimensionamento das vigas principais e dos pilares, foi também considerado um critério de secção transversal mínima: 200x200 milímetros.

### 5.5.1 Abordagens de Dimensionamento

Para cada solução estrutural foi utilizada uma diferente abordagem de dimensionamento, uma vez que cada solução possui características próprias.

#### Solução Estrutural 1

Devido ao facto de esta solução apenas estar dimensionada para cargas verticais é, em princípio, a solução estrutural menos robusta, pois não possui qualquer dimensionamento a cargas laterais e, por conseguinte, os pilares são esbeltos sem possuir qualquer tipo de contraventamento.

As dimensões consideradas são apresentadas na Figura 5.7, sendo as dimensões das secções transversais dos pilares apresentadas na Tabela 5.7, não existindo variação em altura.

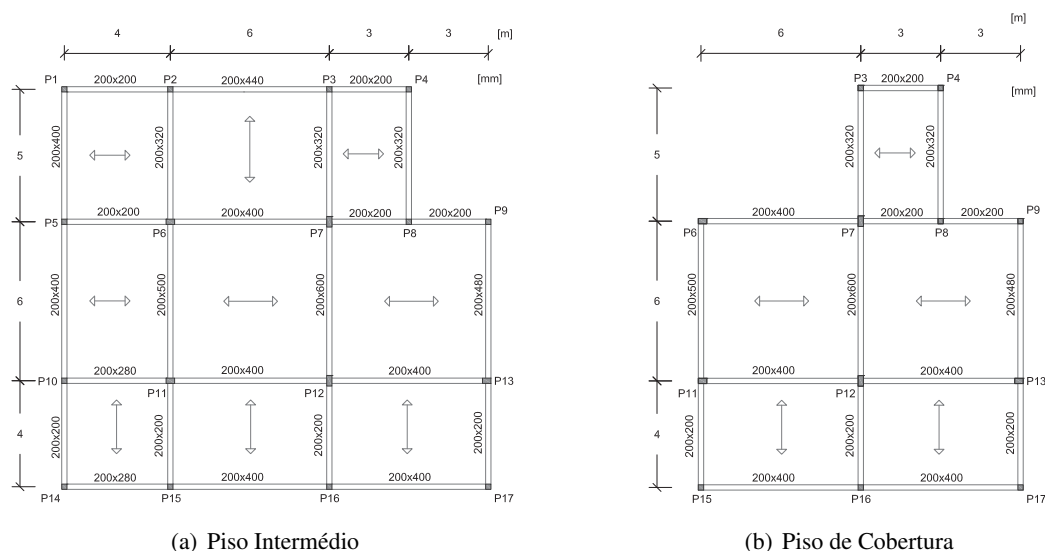


Figura 5.7: Planta estrutural referente à Solução Estrutural 1

Na Tabela 5.8 apresenta-se a avaliação da segurança para a presente solução estrutural, verificando-se que os elementos viga e pilar mais condicionantes (que serão em seguida identificados) apresentam uma pequena margem de segurança.

É de salientar que, devido à falta de rigidez de ligação viga-pilar, a estrutura possui uma baixa rigidez global, resultando uma frequência fundamental de 0,10 Hz. Nas Figuras 5.8 e 5.9 apresentam-se os primeiros modo de vibração, observando-se que o primeiro é de translação segundo o eixo  $x$ , o segundo de translação segundo o eixo  $y$  e o terceiro de torção segundo os eixos  $x - y$ .

Tabela 5.7: Secção transversal dos pilares

Elemento	Secção Transversal [mm]		
	Solução 1	Solução 2	Solução 3
P1	200x200	200x200	200x320
P2	200x200	200x200	200x320
P3	200x200	200x200	200x320
P4	200x200	200x200	200x320
P5	200x200	200x200	200x320
P6	200x320	200x320	200x600
P7	400x200	400x200	640x200
P8	200x200	200x200	200x320
P9	200x200	200x200	200x320
P10	200x200	200x200	200x320
P11	200x320	200x320	200x600
P12	400x200	400x200	640x200
P13	<b>200x320</b>	<b>200x200</b>	200x400
P14	200x200	200x200	200x320
P15	200x200	200x200	200x320
P16	<b>200x200</b>	<b>200x320</b>	200x400
P17	200x200	200x200	200x320

Tabela 5.8: Avaliação da Segurança para o dimensionamento da Solução Estrutural 1

Combinação	Vigas	Pilares
Fundamental	0,9583	0,9287

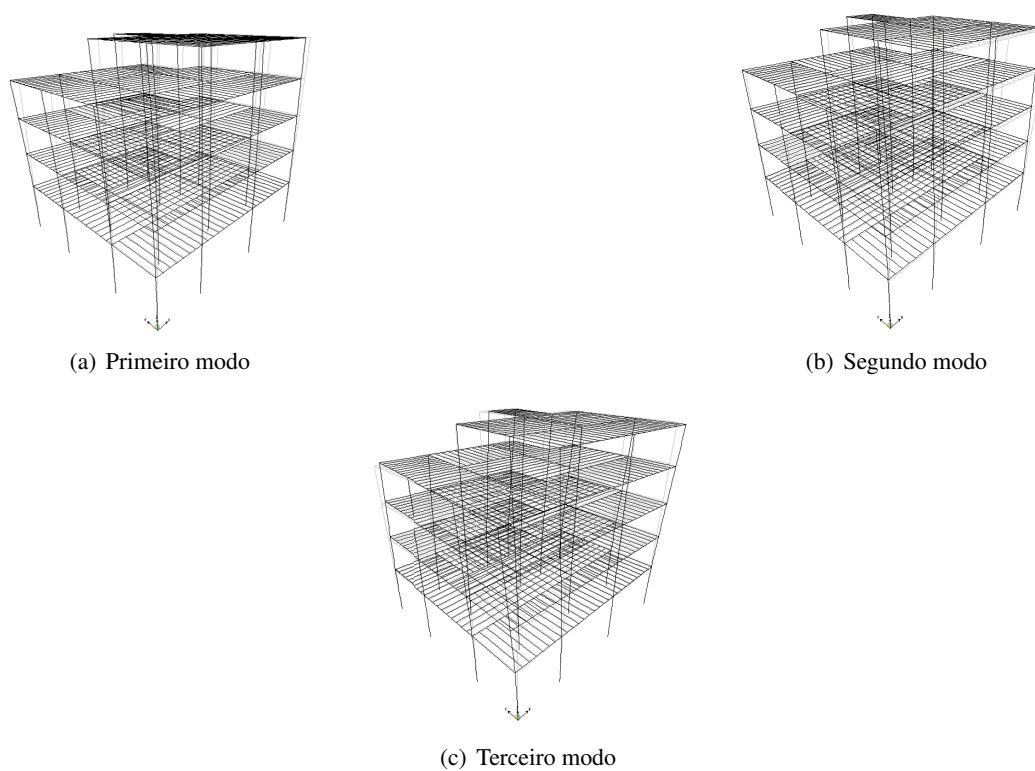


Figura 5.8: Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 1

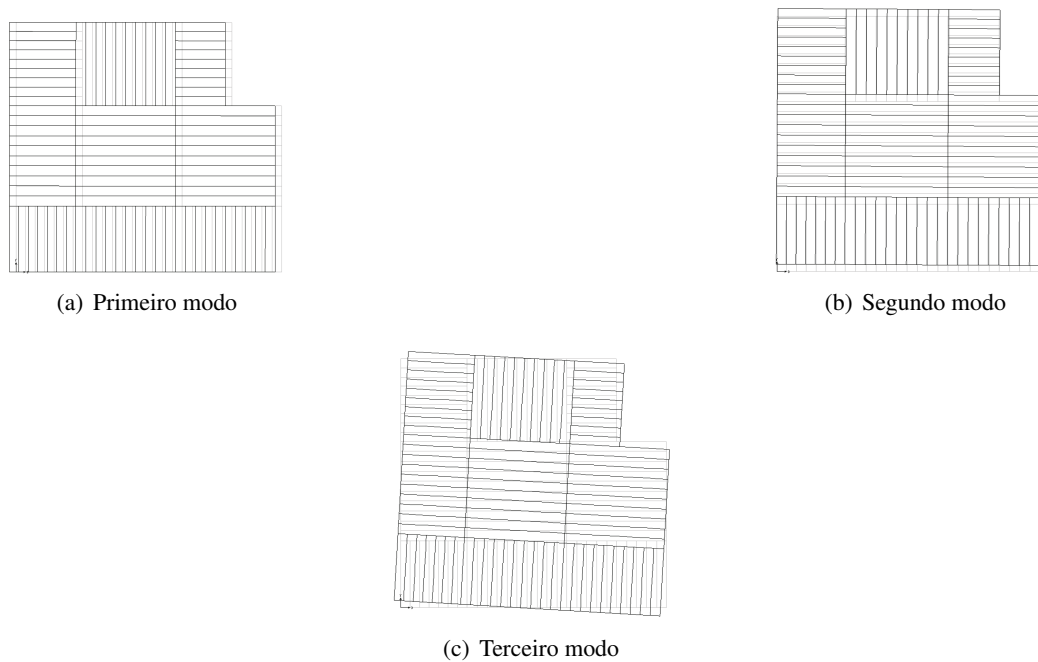


Figura 5.9: Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 1 em planta



### Solução Estrutural 2

Para esta solução estrutural considerou-se a introdução de contraventamentos em forma de cruces de Santo André nas fachadas exteriores, de modo a aumentar a rigidez global da estrutura e a resistência a acções sísmicas.

As secções transversais obtidas na vigas principais apresentam-se na Figura 5.10, enquanto que dimensões das secções transversais dos pilares estão na Tabela 5.7, salientando-se a negrito as secções transversais que diferem da solução 1.

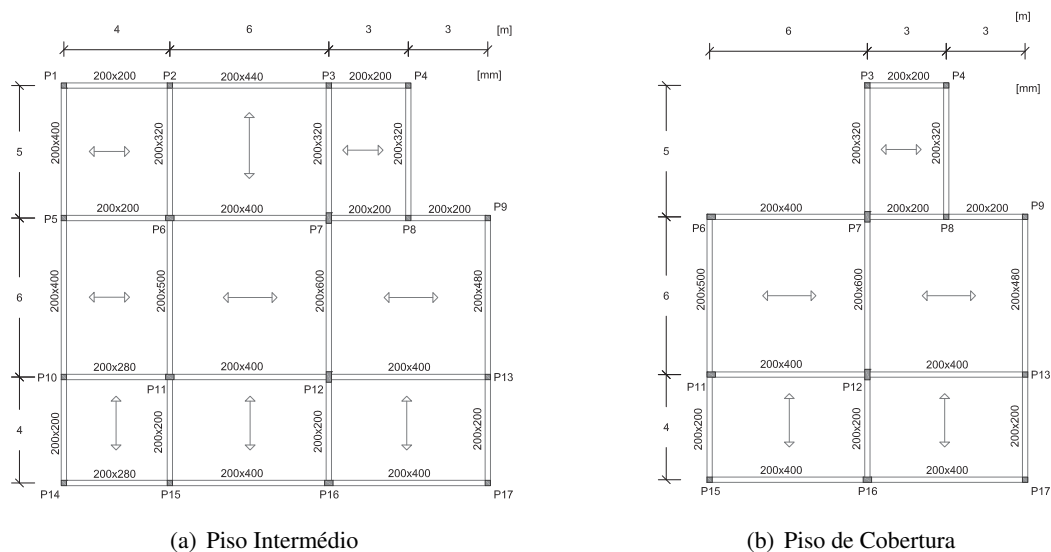


Figura 5.10: Planta estrutural referente à Solução Estrutural 2

Apesar da colocação das cruces de Santo André permitir que se obtenha uma estrutura mais redundante, devido ao maior número de hipóteses de caminhos de carga, também conduz ao desenvolvimento de esforços de tracção nas vigas (ver Figura 5.11). Assim, a verificação de segurança para a combinação de esforços de flexão com tracção apenas é necessária nesta solução estrutural.

Saliente-se o facto de as cruces de contraventamento possuírem uma secção transversal na base da estrutura de 160x160 mm, enquanto que nos restantes pisos é de 120x120 mm. A secção transversal é maior na base, uma vez que é nesta zona que existe um maior esforço normal nestes elementos.

Na Tabela 5.9 apresenta-se a avaliação da segurança para a solução estrutural 2, observando-se que a combinação mais desfavorável, para as vigas e pilares, é a fundamental, enquanto que os contraventamentos são condicionados pela acção sísmica.

Devido à consideração de cruces de contraventamento, esta solução estrutural apresenta uma maior rigidez global, possuindo uma frequência fundamental de 0,72 Hz. Nas Figuras

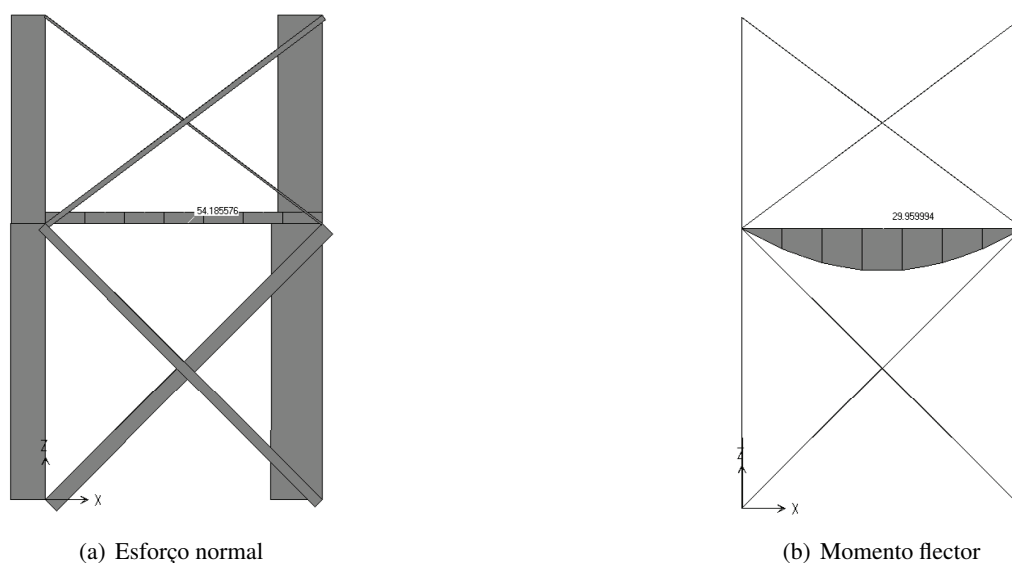


Figura 5.11: Combinação de esforços de tracção e de flexão devido à influência dos contraventamentos para a combinação fundamental

Tabela 5.9: Avaliação da Segurança para a Solução Estrutural 2

Combinação	Vigas	Pilares	Cruzes
Fundamental	0,9588	0,9349	0,9316
Sísmica	0,4926	0,6187	0,9722

5.12 e 5.13 apresentam-se os primeiros modos de vibração, observando-se que o primeiro modo é de translação segundo o eixo  $y$ , o segundo de translação segundo o eixo  $x$  e o terceiro de translação com os cantos fixos segundo o eixo  $x$ .

Comparando-se esta solução estrutural com a solução 1, verifica-se que ambas possuem a mesma secção transversal nas vigas (ver Figura 5.7 e 5.10), e possuem secções transversais nos pilares com a mesma ordem de grandeza (ver Tabela 5.7). Deste modo, a inclusão das cruzeiras de contraventamento consegue, por si só, aumentar a resistência requerida pela acção sísmica.

### Solução Estrutural 3

Nesta solução é considerada a acção sísmica, sendo o aumento de rigidez e de resistência garantido pelo aumento das dimensões das secções transversais dos elementos verticais. Na Figura 5.14 são apresentadas as secções transversais dos elementos horizontais, sendo os pilares apresentados na Tabela 5.7.

Na Tabela 5.10 apresenta-se a avaliação da segurança para a solução estrutural 3. Nesta verifica-se que os elementos horizontais, à semelhança das outras soluções, são

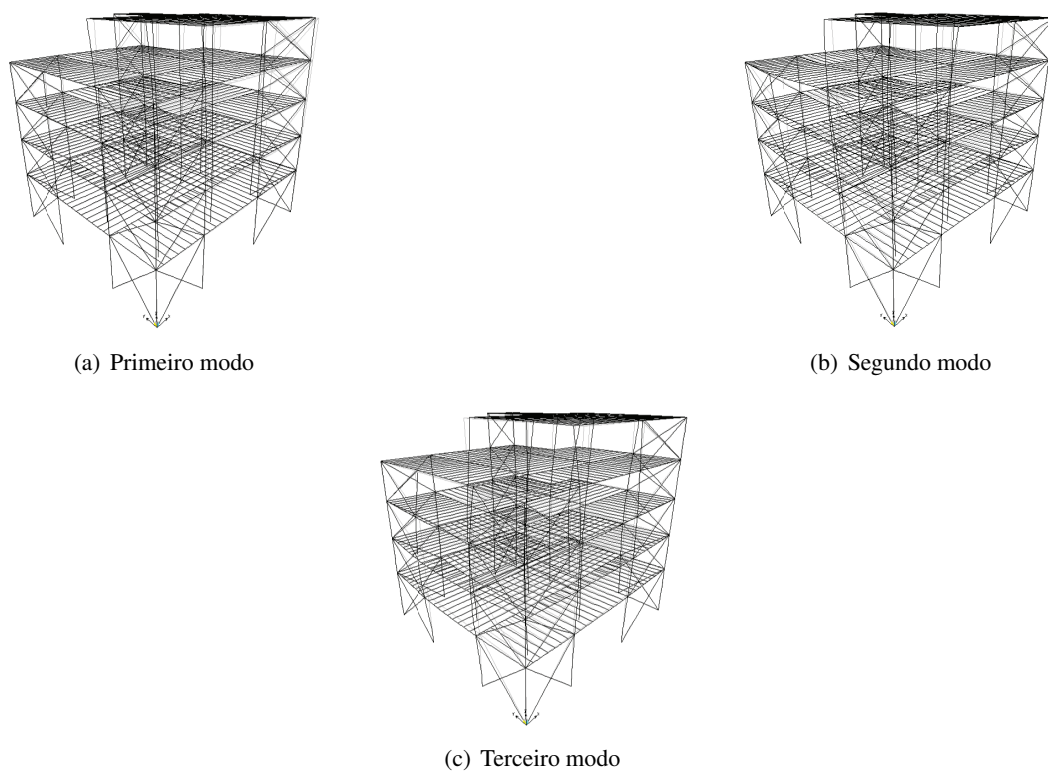


Figura 5.12: Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 2

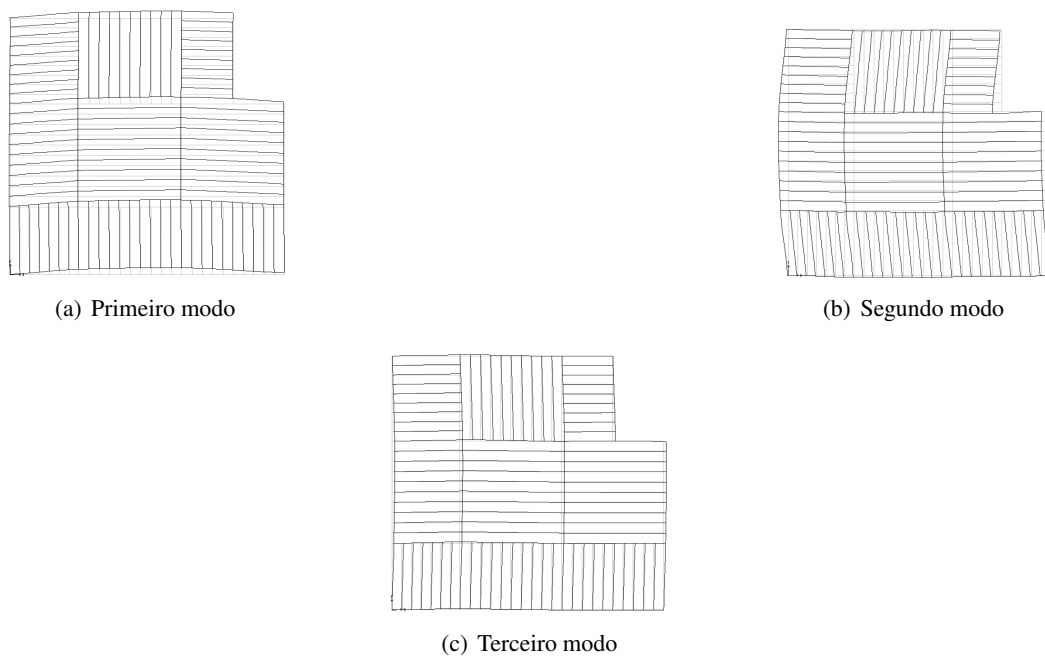


Figura 5.13: Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 2 em planta

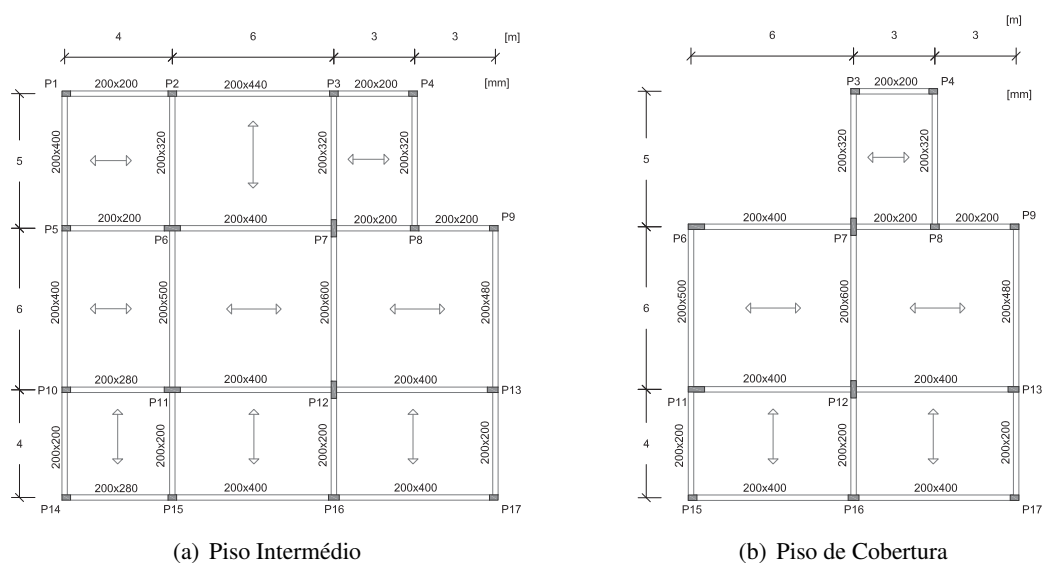


Figura 5.14: Planta estrutural referente à Solução Estrutural 3

condicionados pela combinação fundamental, enquanto que os pilares são condicionados pela combinação sísmica.

Tabela 5.10: Avaliação da Segurança para a Solução Estrutural 3

Combinação	Vigas	Pilares
Fundamental	0,9583	0,5545
Sísmica	0,3241	0,9894

O aumento da secção transversal dos pilares conduz ao aumento da rigidez global da estrutural, em relação à solução estrutural 1, resultando uma frequência fundamental de 0,16 Hz. Nas Figuras 5.15 e 5.16 apresentam-se os primeiros modos de vibração, observando-se que o primeiro modo é de torção segundo o eixo  $x-y$ , o segundo igualmente de torção segundo o eixo  $x-y$  e o terceiro de translação segundo o eixo  $x$ . Verifica-se que os primeiros modos são de torção, pois os pilares com secções transversais de maiores dimensões localizam-se no centro da estrutura e na periferia os de menores dimensões.

Efectuando-se uma comparação desta solução estrutural com as previamente apresentadas, verifica-se que as vigas possuem a mesma secção transversal, pois em todas as soluções estes elementos são condicionados pelas cargas verticais. Verifica-se também que os pilares, condicionados pela acção sísmica, apresentam um aumento considerável na dimensão da secção transversal, em relação às soluções 1 e 2 (Tabela 5.7).

É de referir que as secções transversais das vigas secundárias, consideradas no dimensionamento, são iguais para todas as soluções estruturais e apresentam-se nas Figuras 5.17 e 5.18 para um piso intermédio e de cobertura, respectivamente.

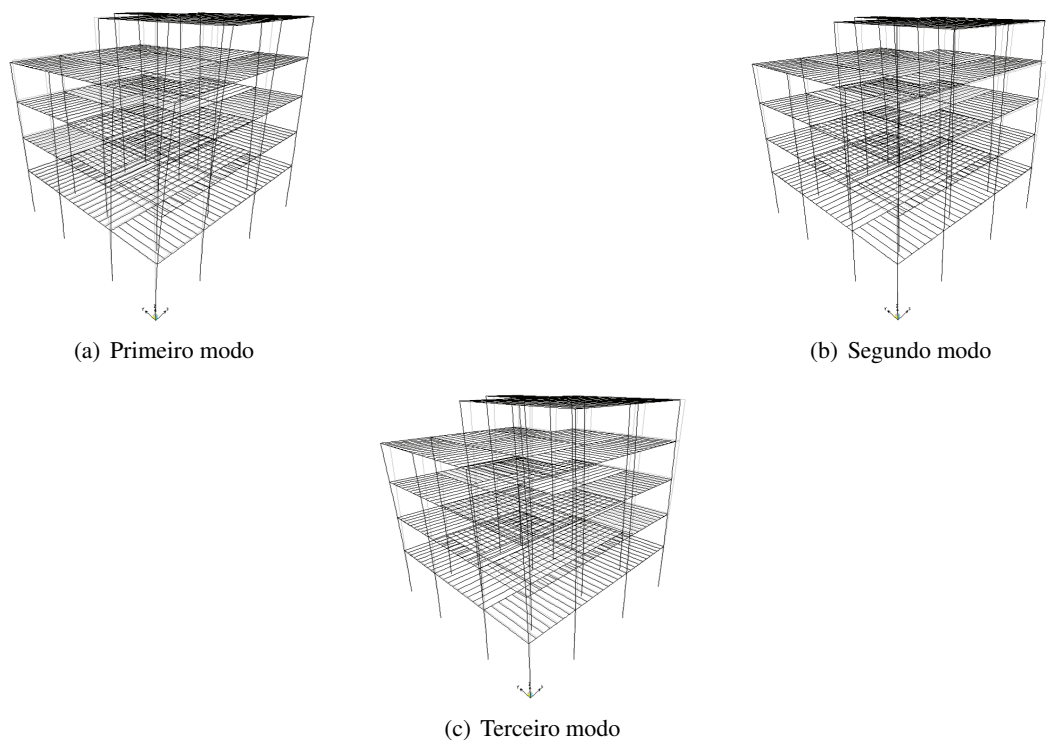


Figura 5.15: Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 3

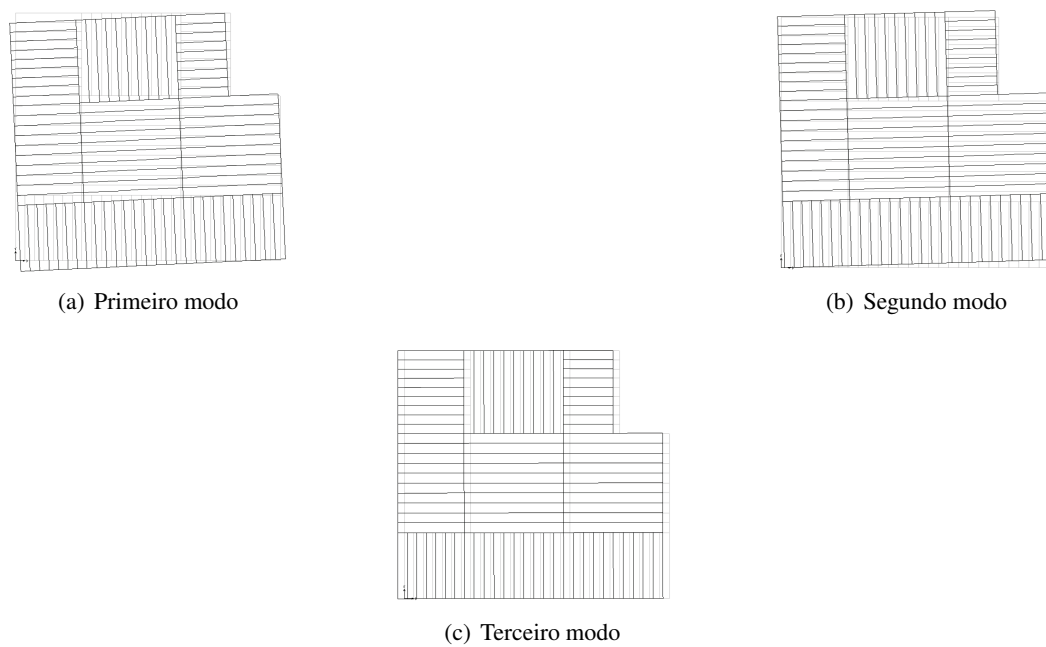


Figura 5.16: Modos de vibração referentes à Solução Estrutural 3 em planta

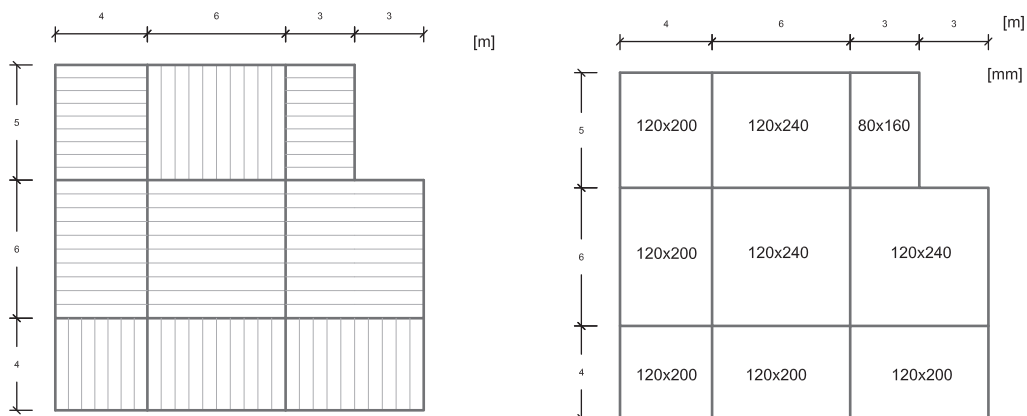


Figura 5.17: Secção transversal das vigas secundárias num piso intermédio

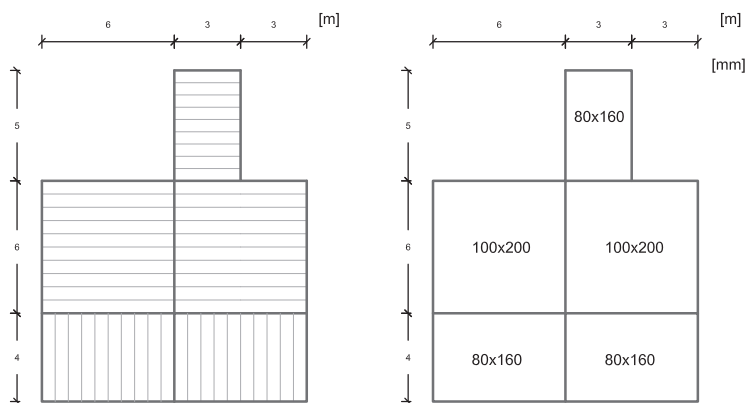


Figura 5.18: Secção transversal das vigas secundárias num piso de cobertura

### Elementos Estruturais Condicionantes

Na Figura 5.19 apresentam-se os elementos estruturais condicionantes na fase de dimensionamento, observando-se que todas as soluções estruturais possuem a mesma viga como condicionante. Em relação aos pilares, estes variam de acordo com a solução estrutural, apresentando-se os pilares designados por M1.1, M2.1 e M3.1 como os condicionantes referentes à solução estrutural 1, 2 e 3, respectivamente.

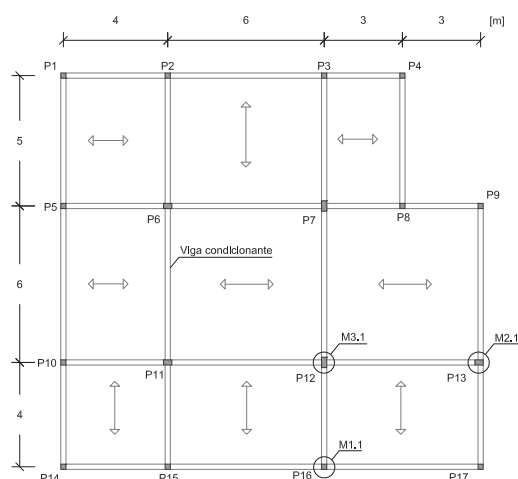


Figura 5.19: Elementos estruturais condicionantes na fase de dimensionamento

Observa-se que a viga condicionante para as três soluções estruturais está localizada no centro da estrutura, apresentando um maior rácio de tensões do que a viga central paralela, pois a viga condicionante possui uma menor secção transversal do que a sua paralela, possuindo o maior vão: 6 m e servindo de apoio às vigas secundárias. Em relação aos pilares, verifica-se que nas soluções estruturais 1 e 2 os elementos condicionantes localizam-se no bordo da estrutura, sendo condicionados pelas cargas verticais, enquanto que na solução estrutural 3 o pilar é condicionado pela acção sísmica e localiza-se no centro, salientando-se que os pilares condicionantes são referentes ao piso térreo.

### 5.5.2 Ligações Semi-Rígidas

Em geral, em estruturas de madeira, uma ligação do tipo cavilha tem uma rigidez à rotação significativa. Este tipo de ligações trazem alguns benefícios, uma vez que, uma rigidez de ligação muito baixa resulta num aumento do momento flector a meio-vão das vigas. Por sua vez, se a rigidez de ligação for muito elevada, obtém-se um comportamento próximo da situação encastrada com momentos flectores elevados nas extremidades do elemento. A grande vantagem de uma ligação semi-rígida é o facto de se obter uma redistribuição de esforços mais favorável ao aproveitamento de toda a secção transversal ao longo de toda a viga (Brühl *et al.*, 2011).

Assim, após o dimensionamento das três soluções estruturais, foi introduzida uma ligação semi-rígida entre as vigas e os pilares. Esta foi modelada através da consideração de uma rigidez de rotação segundo o eixo de flexão principal das vigas, de acordo com a expressão (5.3) que conduz a momentos flectores negativos, nas zonas de ligação, próximos dos momentos flectores positivos a meio-vão das vigas.

$$K = \frac{4EI}{L} \quad (5.3)$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade à flexão,  $I$  o momento de inércia da viga segundo o eixo de maior inércia e  $L$  o comprimento de cada viga.

A introdução das ligações semi-rígidas permite também que, ao avaliar a robustez através da remoção de elementos verticais, não se obtenha mecanismos de colapso parciais.

### Influência da consideração de ligações semi-rígidas na análise da segurança

A consideração de ligações semi-rígidas, em relação a uma estrutura articulada, conduz a uma alteração no diagrama de momento flector, verificando-se uma transmissão de momento das vigas para os pilares. Na Figura 5.20 apresenta-se a comparação entre a estrutura com ligações articuladas e com ligações semi-rígidas, observando-se um maior aproveitamento da secção transversal das vigas e um aumento do momento flector nos pilares.

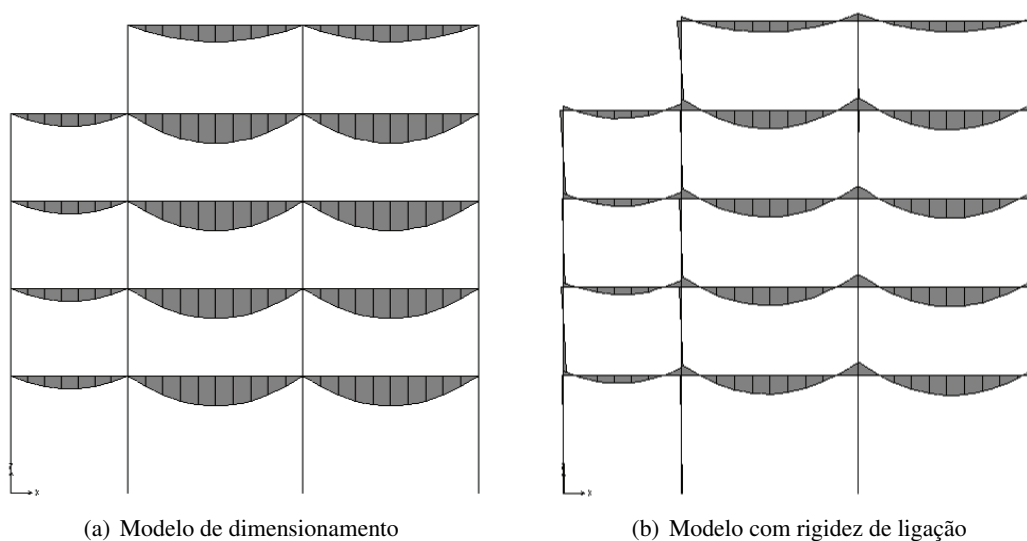


Figura 5.20: Momento flector segundo o eixo de maior inércia das vigas para a estrutura intacta

Estas alterações de momento flector influenciam a análise da segurança. Assim, na Tabela 5.11 apresenta-se uma comparação entre a avaliação da segurança da estrutura articulada



(modelo de dimensionamento estrutural) e a estrutura considerando ligações semi-rígidas.

Tabela 5.11: Avaliação da Segurança das estruturas com ligações articuladas e com ligações semi-rígidas

Modelo	Ligações	Combinação	Vigas	Pilares	Cruzes
Solução Estrutural 1	Articuladas (M1.1)	Fundamental	0,9583	0,9287	-
	Semi-Rígidas (M1.2)	Fundamental	0,6889	1,1814	-
Solução Estrutural 2	Articuladas (M2.1)	Fundamental	0,9588	0,9349	0,9316
		Sísmica	0,4926	0,6187	0,9722
	Semi-Rígidas (M2.2)	Fundamental	0,6902	1,2166	0,9215
		Sísmica	0,4474	0,667	0,9273
Solução Estrutural 3	Articuladas (M3.1)	Fundamental	0,9583	0,5545	-
		Sísmica	0,3241	0,9894	-
	Semi-Rígidas (M3.2)	Fundamental	0,6516	0,7566	-
		Sísmica	0,3106	0,5339	-

Analisando a Tabela 5.11 verifica-se que, de um modo geral, a consideração de ligações semi-rígidas beneficia, em termos de segurança, as vigas e prejudica os pilares. Na solução estrutural 1 verifica-se o aumento de segurança das vigas e a diminuição da margem de segurança dos pilares, de tal forma que deixam de verificar a segurança.

Na segunda solução estrutural verifica-se, à semelhança da solução estrutural 1, o aumento de segurança das vigas para as duas combinações de acções, enquanto que a reserva de resistência dos pilares diminui, deixando de verificar a segurança para a combinação fundamental e continuando a verificar para a combinação sísmica. Observa-se ainda que a consideração de ligações semi-rígidas contribui para um aumento da reserva de resistência das cruces de contraventamento, para ambas combinações, continuando a ser a combinação sísmica a mais condicionante, apesar da diferença entre ambas combinações ser muito reduzida.

Quanto à terceira solução estrutural, observa-se que a margem de segurança das vigas aumenta, na combinação fundamental, sendo que para a combinação sísmica este aumento é muito pouco significativo. Em relação aos pilares, na combinação fundamental, continua a verificar-se a diminuição da segurança, contudo, contrariamente à segunda solução estrutural, a consideração de ligações semi-rígidas contribui para que, na combinação sísmica, a margem de segurança dos pilares aumente. Este aumento verifica-se pois a consideração de rigidez na ligação viga-pilar permite uma transmissão de momento flector, devido a acção sísmica, entre as vigas e os pilares, diminuindo assim os momentos fletores ao nível dos pilares. Esta alteração verifica-se nas diferenças nos diagramas de momento flector apresentados nas Figuras 5.21 e 5.22, para a estrutura articulada e com ligações semi-rígidas, respectivamente, observando-se que a consideração de ligações semi-rígidas permite que a estrutura deixe de possuir um comportamento do tipo consola e passe a

possuir um comportamento porticado, beneficiando os pilares. Estas alterações, devido à acção sísmica, conduzem a que a diferença na avaliação da segurança das vigas, entre a estrutura articulada e com ligações semi-rígidas, seja mínima.

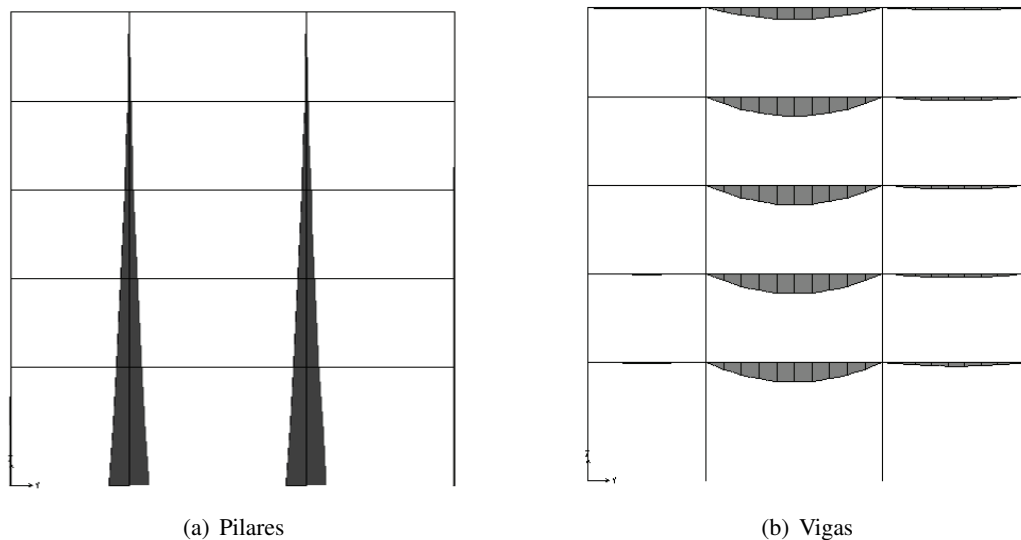


Figura 5.21: Momento flector resultante da acção sísmica na estrutura com ligações articuladas

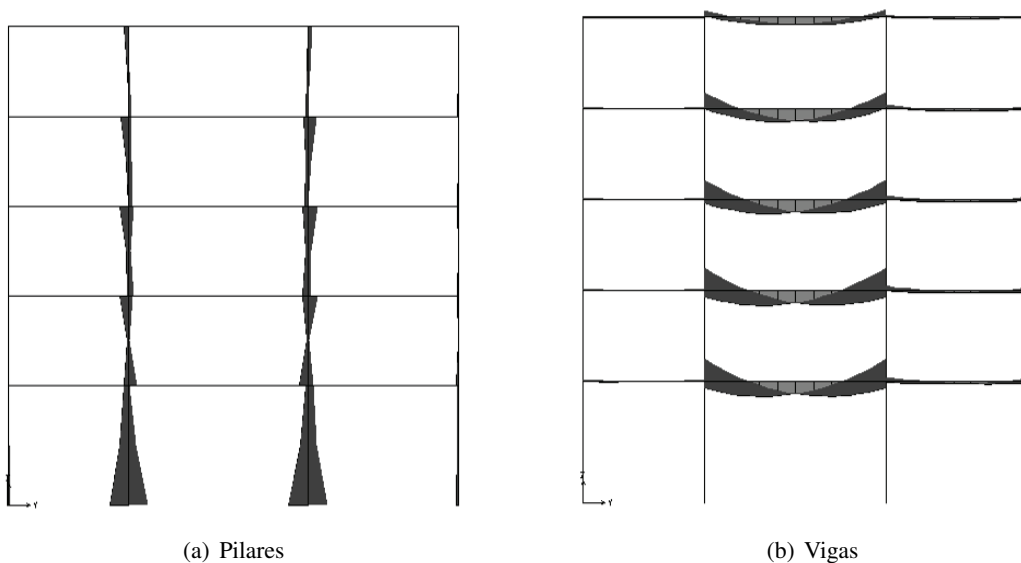


Figura 5.22: Momento flector resultante da acção sísmica na estrutura com ligações semi-rígidas

Ao analisar a consideração de ligações semi-rígidas, verifica-se que alguns elementos

estruturais, não condicionantes na fase de dimensionamento, se tornam condicionantes nesta fase, devido às alterações no diagrama de momento flector. Deste modo, na Figura 5.23 apresenta-se uma comparação entre os elementos estruturais condicionantes na fase de dimensionamento e na fase de consideração de ligações semi-rígidas.

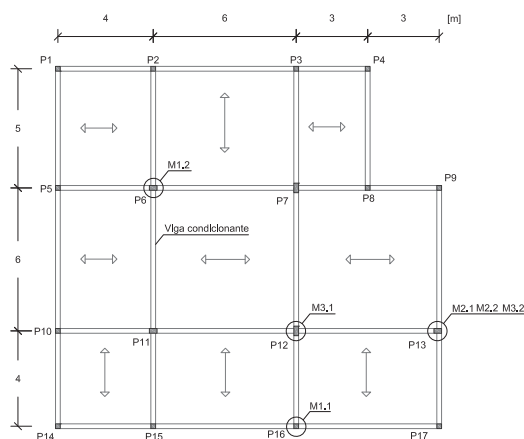


Figura 5.23: Elementos estruturais condicionantes nas estruturas de dimensionamento e com ligações semi-rígidas

Na Figura 5.23 observa-se que a viga condicionante na fase de dimensionamento continua a ser condicionante ao considerar ligações semi-rígidas. No caso dos pilares, a única solução estrutural que possui o mesmo elemento condicionante nas duas fases é a solução 2, representada por M2.1 e por M2.2, para as fases de dimensionamento e de ligações semi-rígidas, respectivamente, enquanto que nas soluções 1 e 3, os elementos M1.1 e M3.1, condicionantes na fase de dimensionamento nas soluções estruturais 1 e 3, respectivamente, deixam de o ser na fase de ligações semi-rígidas, dando lugar aos elementos M1.2 e M3.2, respectivamente.

## 5.6 Avaliação Semi-Probabilística da Robustez

A avaliação da robustez estrutural foi realizada comparando a segurança da estrutura intacta com a da estrutura considerando a remoção de um pilar central ou de canto. De modo a comparar os resultados, considerando a prática corrente de dimensionamento, a estrutura intacta foi considerada assumindo ligações articuladas e semi-rígidas entre as vigas e os pilares.

Os elementos estruturais removidos foram o P12, referente ao pilar central, e o P17, em relação ao pilar de canto, sendo ambos referentes ao piso térreo da estrutura considerando ligações semi-rígidas, evitando assim mecanismos de colapso locais.

A quantificação da robustez da estrutura, considerando a remoção de pilares, foi avaliada com base no indicador da expressão (5.4), que avalia a segurança estrutural.

$$\text{Robustez} = \frac{S_d}{R_d} \quad (5.4)$$

sendo que  $R_d$  é a resistência de dimensionamento, considerando o coeficiente de segurança parcial  $\gamma_M = 1,0$ , e  $S_d$  o efeito das acções de dimensionamento, dado pela combinação de acções accidental da expressão (5.5). Quando o presente indicador é superior a unidade, significa que estrutura apresenta rotura.

$$P_d = G_k + 0,5 \times Q_k \quad \text{com} \quad k_{mod} = 1,1 \quad (5.5)$$

Na Tabela 5.12 apresentam-se as avaliações da segurança para as estruturas danificadas. Nesta observa-se que todos os elementos, segundo a combinação accidental, verificam a segurança.

Tabela 5.12: Avaliação da Segurança para as estruturas danificadas

Modelo	Caso	Vigas	Pilares	Cruzes
Solução Estrutural 1	Pilar de Canto (M1.3)	0,8535	0,9255	-
	Pilar Central (M1.4)	0,6366	0,7726	-
Solução Estrutural 2	Pilar de Canto (M2.3)	0,2286	0,43738	0,64816
	Pilar Central (M2.4)	0,66178	0,97091	0,56417
Solução Estrutural 3	Pilar de Canto (M3.3)	0,75047	0,54852	-
	Pilar Central (M3.4)	0,61673	0,53975	-

Na solução estrutural 1 (Tabela 5.12) observa-se que a remoção de um elemento de canto é mais desfavorável para ambos os tipos de elementos, vigas ou pilares, do que a remoção de um pilar central. Esta diferença relaciona-se com o facto de os pilares, adjacentes ao elemento de canto removido, serem mais esbeltos do que os pilares localizados na proximidade do elemento central removido. Assim, a remoção de um elemento central é suportada pelos pilares adjacentes que, por apresentam uma grande secção transversal, continuam a possuir uma reserva de resistência. Por outro lado, a remoção de um pilar de canto conduz à redistribuição de esforços para os pilares mais próximos, que são esbeltos, contribuindo para uma pequena margem de segurança destes elementos.

Em relação às vigas, na Tabela 5.12, verifica-se que a remoção de um pilar de canto possui uma maior influência no desempenho da estrutura 1 do que a remoção de um pilar central. Esta diferente influência pode ser explicada através da Figura 5.24, que apresenta a distribuição de momento flector para a estrutura danificada. Nesta observa-se que as vigas mais condicionantes são as que estão ligadas aos elementos removidos, uma vez que, a remoção do elemento implica uma diminuição da rigidez vertical. Assim, as vigas ficam sujeitas a um momento flector positivo na extremidade que liga ao elemento removido, conduzindo a um aumento do momento flector negativo na extremidade oposta. Por sua vez, as vigas que se tornam condicionantes serão as de menores dimensões.

Na solução estrutural 2, contrariamente ao que se verifica na solução anterior, observa-se

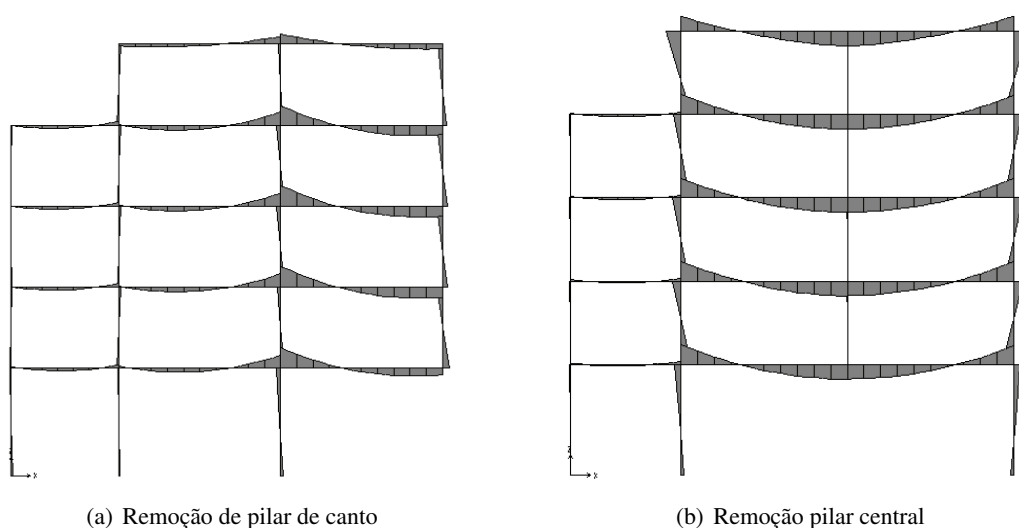


Figura 5.24: Momento flector segundo o eixo de maior inércia das vigas para a estrutura danificada

que é a remoção de um pilar central que possui uma maior influência no desempenho das vigas e dos pilares, sendo o desempenho das cruzeiras mais condicionante na remoção de um elemento de canto. Assim, no caso dos pilares, a remoção de um elemento de canto é sustentada pelas cruzeiras de contraventamentos, tornando-se estes elementos condicionantes, contribuindo para que a remoção deste elemento possua pouca influência no comportamento da estrutura. Em relação à remoção de um elemento central, como a estrutura possui uma menor rigidez nesta zona, a reserva de resistência das vigas diminui (em relação à remoção de um elemento de canto), sendo que a redistribuição de esforços para os pilares adjacentes conduz a uma reduzida margem de segurança para estes elementos. Verifica-se ainda que a remoção de um elemento central não contribui de forma significativa para a segurança das cruzeiras, dado estas encontrarem-se afastadas do elemento removido.

Na solução estrutural 2, a remoção de um elemento de canto é suportada pelas cruzeiras de contraventamento, assim verifica-se que os elementos estruturais (vigas e pilares) não sofrem alteração nos seus esforços relativamente à estrutura intacta, que considera ligações semi-rígidas. Deste modo, quando se analisa os esforços pela combinação acidental verifica-se um grande aumento na reserva de resistência destes elementos, em relação à reserva de resistência que estes elementos apresentam na estrutura intacta, segundo a combinação fundamental.

Na estrutura 3, em relação às vigas, verifica-se o referido para a estrutura 1, sendo a remoção de um pilar de canto a situação mais condicionante para estes elementos. Por outro lado, no caso dos pilares observa-se que ambas situações acidentais possuem a mesma influência no comportamento destes elementos, dado estes pilares possuírem uma elevada dimensão da secção transversal, devido ao dimensionamento à acção sísmica.

Os elementos estruturais condicionantes, vigas e pilares, das soluções estruturais danificadas, apresentam-se na Figura 5.25 a) e b), respectivamente, comparando-se com os elementos condicionantes do dimensionamento e das estruturas considerando ligações semi-rígidas.

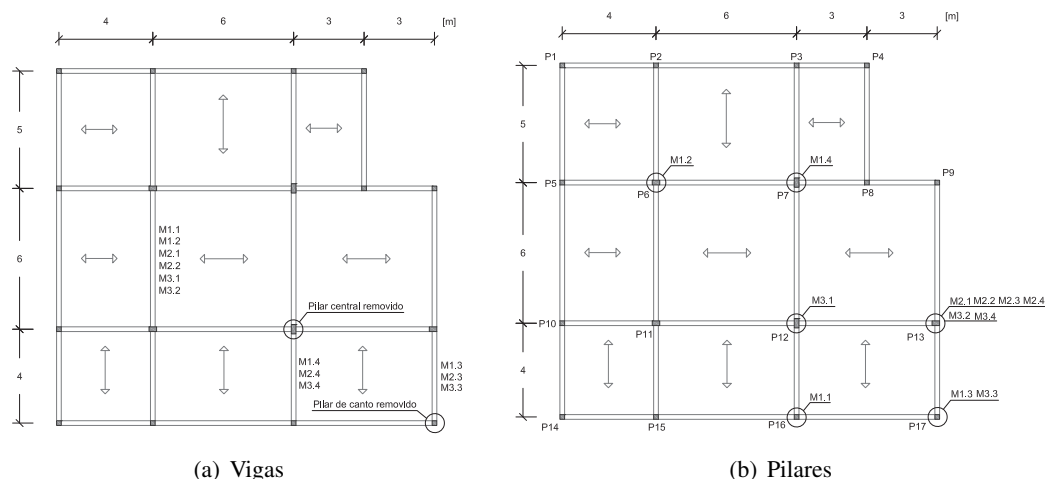


Figura 5.25: Elementos condicionantes da análise semi-probabilística da robustez

Verifica-se que, ao remover um pilar de canto ou central, as vigas condicionantes são as que estão ligadas aos elementos removidos, sendo as mais condicionantes as de menores dimensões de secção transversal, que apresentam um maior rácio de tensões, correspondendo às indicadas na Figura 5.25 a) por M1.3, M2.3 e M3.3, referentes às soluções estruturais 1,2 e 3, respectivamente, para a remoção de um pilar de canto e por M1.4, M2.4 e M3.4, referentes às soluções estruturais 1,2 e 3, respectivamente, para a remoção de um pilar de central.

Observa-se que, ao remover um pilar de canto, os elementos verticais que se tornam condicionantes nas soluções 1 e 3 correspondem ao pilar que se encontra no primeiro piso, na continuação do pilar removido, representado na Figura 5.25 b) por M1.3 e M3.3, para as soluções 1 e 3, respectivamente. Estes elementos são os mais condicionantes pois, como se pode observar na Figura 5.24 a), a remoção deste elemento conduz a uma redistribuição de esforços, aumentando o momento flector nos elementos que se encontram nos pisos superiores, na continuação do elemento removido. Deste modo, verifica-se que os pilares tornam-se condicionantes devido a uma redistribuição de momento flector e não devido a uma redistribuição de esforço normal, o que se enquadra nas características do material madeira (comportamento frágil quando solicitado à flexão e dúctil quando comprimido), tornando-se o acréscimo de momento flector preponderante. Em relação à solução 2, verifica-se que o facto do pilar P13 possuir uma secção transversal mais esbelta do que a solução 1, conduz a que o aumento de esforço normal seja preponderante para este pilar se tornar condicionante, representado na Figura 5.24 a) por M2.3.

Como os pilares centrais são os que possuem um maior esforço normal, então ao remover um elemento desta zona os pilares adjacentes tornam-se condicionantes pois, ao invés da remoção de um elemento de canto, os pilares nos pisos de cima ao elemento removido deixam de possuir momentos flectores, como se pode observar na Figura 5.24 b), conduzindo os esforços para os pilares vizinhos. Na Figura 5.25 b) representam-se os pilares condicionantes para as soluções 1, 2 e 3 por M1.4, M2.4 e M3.4, respectivamente.

## 5.7 Avaliação Probabilística

A presente avaliação possui como objectivo a determinação do índice de fiabilidade que, numa primeira fase, servirá de base à comparação com o índice de fiabilidade alvo proposto pelo Eurocódigo (IPQ, 2009a) e pelo JCSS (2000). Numa segunda fase, será determinado o índice de fiabilidade referente às estruturas danificadas. Por fim, através da comparação da estrutura intacta com a danificada, será determinado um índice de robustez.

Para esta análise foi necessário desenvolver um algoritmo que, através do método de Monte Carlo, e segundo as orientações propostas pelo código modelo JCSS (2000) fosse possível simular diferentes situações, recorrendo-se à geração pseudo-aleatória de variáveis aleatórias correlacionadas referentes às características da estrutura e à sobrecarga de utilização.

Para a implementação deste método foi necessário desenvolver o algoritmo em MATLAB (Hanselman e Littlefield, 1997) que se apresenta no fluxograma da Figura 5.26, e mais detalhadamente no Apêndice C onde se apresentam os programas desenvolvidos e os respectivos códigos.

O algoritmo começa com a introdução do número de simulações ( $n$ ) que se pretende efectuar, de seguida dá-se a leitura dos esforços unitários obtidos pelo SAP2000 (Computers & Structures, 2005) (considerando as variáveis aleatórias referentes à densidade e à sobrecarga como unitárias), dando-se início à geração das  $n$  amostras das variáveis correlacionadas, por intermédio da decomposição de Cholesky. Em seguida, para cada um dos  $n$  vectores de amostras geradas, procede-se à multiplicação dos esforços unitários pelas respectivas variáveis referentes à densidade do material estrutural e à sobrecarga verificando-se, por intermédio dos modelos de resistência, se para o vector das resistências gerado ocorre ou não falha do sistema. Após a análise de todas as amostras, contabiliza-se o número total de falhas obtidas e em que elementos a mesma ocorreu. Por fim, procede-se ao cálculo da probabilidade de rotura e do respectivo erro associado, sendo que se este for superior a 10% volta-se ao início, aumentando o número de simulações a efectuar, caso contrário a análise está concluída.

O erro de 10% é referente ao erro proposto por Shooman em 1968, sendo que este valor corresponde, na prática, à obtenção de 400 roturas. A consideração deste valor de erro prende-se com o facto de ser necessário um grande esforço computacional para se obter erros menores. Se se tivesse optado por um erro de 5%, corresponderia a cerca de 1600

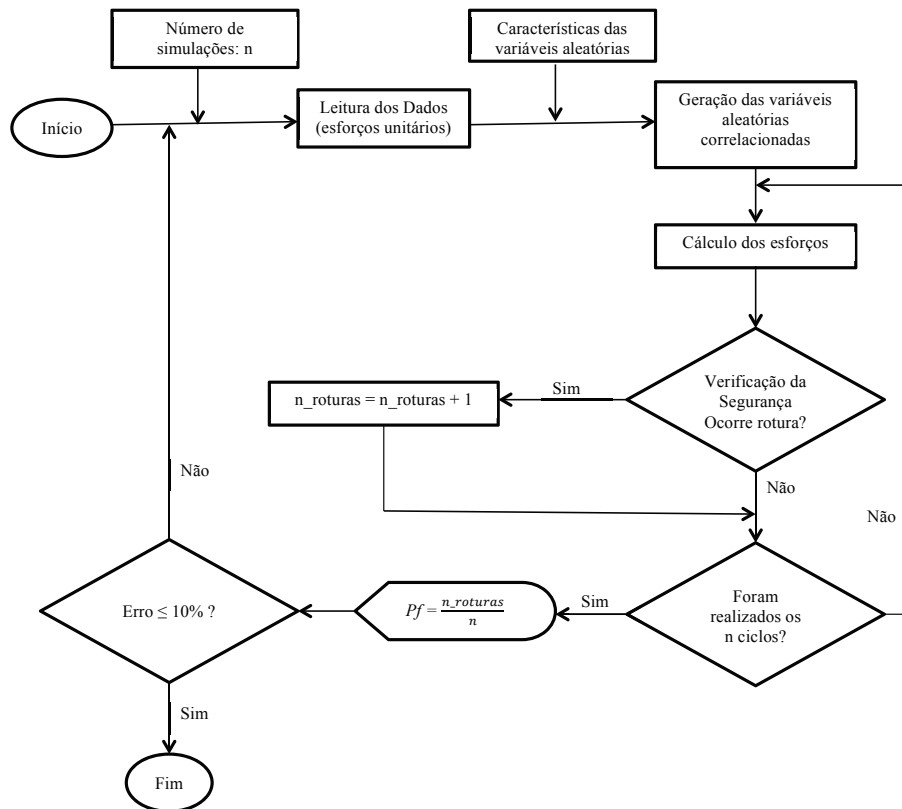


Figura 5.26: Algoritmo desenvolvido para a análise da robustez probabilística

roturas, pelo que seria necessário um esforço computacional muito elevado, de tal forma que se atingiria, facilmente, o limite computacional.

Após a conclusão da análise, com base na probabilidade de falha, determina-se o índice de fiabilidade através da expressão:

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (5.6)$$

sendo  $\Phi^{-1}$  a inversa da função de distribuição normal reduzida.

### 5.7.1 Segurança da Estrutura Intacta

A avaliação da segurança da estrutura intacta, por intermédio da análise probabilística, foi verificada para as estruturas de dimensionamento e com ligações semi-rígidas. Assim, na Tabela 5.13 apresenta-se a probabilidade de rotura e o índice de fiabilidade, com o respectivo erro associado, juntamente com a amostra utilizada e o número de falhas que cada tipo de elemento estrutural apresentou. A terminologia utilizada para a descrição da solução estrutural é: M1.X - solução estrutural 1; M2.X - solução estrutural 2; M3.X -



solução estrutural 3; MY.1 - estrutura de dimensionamento; MY.2 - estrutura considerando ligações semi-rígidas. No gráfico da Figura 5.27 apresenta-se uma comparação entre todas as soluções estruturais, observando-se quais os elementos que condicionam a probabilidade de rotura da estrutura.

Tabela 5.13: Resultados probabilísticos para as estruturas intactas

Modelo/ Caso	Total	Falhas			Amostra ( $\times 10^6$ )	$P_f$	$\beta$	Erro (%)
		Vigas	Pilares	Cruzes				
M1.1	625	613	225	-	30	$2,08 \times 10^{-5}$	4,098	8,00
M1.2	539	2	539	-	3	$1,80 \times 10^{-4}$	3,568	8,61
M2.1	662	643	239	31	30	$2,21 \times 10^{-5}$	4,085	7,77
M2.2	658	2	658	3	3	$2,19 \times 10^{-4}$	3,516	7,80
M3.1	808	808	0	-	40	$2,02 \times 10^{-5}$	4,105	7,04
M3.2	17	7	17	-	100	$1,70 \times 10^{-7}$	5,100	48,51

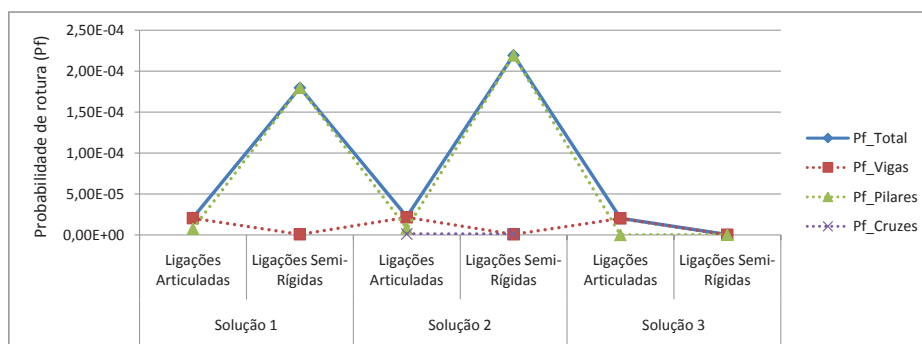


Figura 5.27: Comparação entre a probabilidade de falha dos elementos estruturais para as três soluções estruturais intactas

Na análise da Tabela 5.13 verifica-se que o objectivo de se obter um erro inferior a 10% é atingido em todas as análises, à excepção da solução estrutural 3, no caso de ligações semi-rígidas, que é bastante elevado. Este deve-se ao facto de as falhas, para esta situação, serem condicionadas pelos pilares, que se encontram sobredimensionados para as cargas verticais, dado ter sido a acção sísmica a condicionar o seu dimensionamento (ver Tabela 5.11). Deste modo, é necessário um elevado número de ciclos de forma a que se verifique, pelo menos, 400 falhas, conduzindo assim a um erro inferior a 10%. Não foi possível atingir este valor de erro pois, para 100 Milhões de ciclos, atingiu-se o limite computacional, apresentando-se um erro bastante elevado.

Na Tabela 5.13 observa-se que a fase de dimensionamento das três soluções estruturais (M1.1, M2.1 e M3.1) apresentam um índice de fiabilidade semelhante, pois a fase de dimensionamento é condicionada pela falha das vigas (ver Figura 5.27), que são iguais

para as três soluções estruturais. Deste modo, a consideração do dimensionamento sísmico não altera a fiabilidade das estruturas de dimensionamento.

Ao serem consideradas ligações semi-rígidas verifica-se, na Tabela 5.13 e na Figura 5.27, que passam a ser os pilares a condicionar a probabilidade de falha da estrutura, dado existir uma transmissão de momento flector por parte das vigas para os pilares, diminuindo a margem de segurança destes elementos, tornando-os condicionantes.

A consideração de ligações semi-rígidas, apesar de diminuir o número de falhas das vigas, aumenta o dos pilares contribuindo para que, no caso das soluções estruturais 1 e 2, o índice de fiabilidade diminua. Note-se que esta diminuição de fiabilidade foi verificada na análise semi-probabilística quando, ao considerar ligações semi-rígidas, os pilares pertencentes às soluções estruturais 1 e 2 deixaram de verificar a segurança para a combinação fundamental.

Em relação à solução estrutural 3, a consideração de ligações semi-rígidas contribui para uma grande redução do número de falhas nas vigas e um ligeiro aumento nos pilares, contribuindo para que esta situação, ao contrário das outras soluções, possua um índice de fiabilidade maior do que o dimensionamento. O facto de se verificar um reduzido número de roturas nos pilares está relacionado com o facto de estes estarem dimensionados para a acção sísmica, assim o aumento de momento flector nestes elementos não é suficiente para que apresentem um elevado número de falhas.

#### **Comparação do índice de fiabilidade com o Eurocódigo (IPQ, 2009a) e JCSS (2000)**

O Eurocódigo (IPQ, 2009a) prevê a utilização de classes de consequência, de forma a diferenciar a fiabilidade, considerando as consequências de colapso ou do mau funcionamento da estrutura. No presente caso de estudo foram analisadas estruturas com o propósito de habitação, assim sendo, enquadra-se dentro da classe de consequência média em termos de perda de vidas Humanas e consequências económicas, sociais ou ambientais (CC2).

A mesma classe de consequência está associada a uma classe de fiabilidade RC2 que prevê como índice de fiabilidade alvo para os elementos estruturais os apresentados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14: Índices de fiabilidade alvo do Eurocódigo (IPQ, 2009a)

Estado Limite	1 ano	50 anos
Último	4,7	3,8

A modelação probabilística foi efectuada tendo em conta a probabilidade de excedência ou de não excedência, das acções e das propriedades do material estrutural, para um período de referência de um ano. Deste modo, o índice de fiabilidade alvo, segundo o Eurocódigo (IPQ, 2009a), é de 4,7 para o ELU.

Na Figura 5.28 compara-se o índice de fiabilidade das estruturas intactas com os índices de fiabilidade preconizados nas normas estruturais, observando-se que o  $\beta$  alvo do Eurocódigo (IPQ, 2009a) ( $\beta_{EC}$ ) não foi garantido nas situações de dimensionamento, tendo-se atingido valores um pouco inferiores ao previsto no regulamento. Esta situação pode ser explicada pelo facto de o dimensionamento efectuado prever a verificação da segurança de acordo com a mínima margem de segurança.

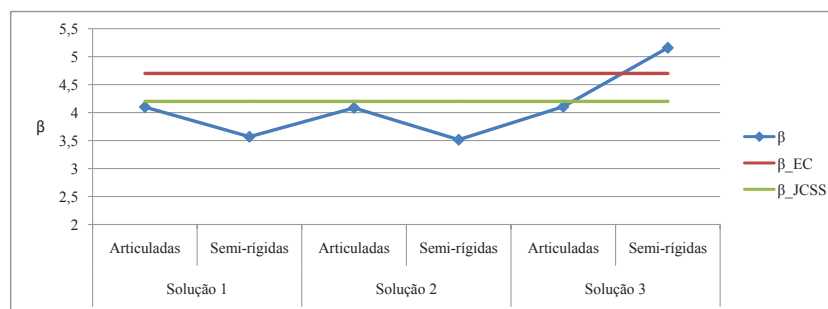


Figura 5.28: Comparação dos índices de fiabilidade com os índices de fiabilidade alvo do EC (IPQ, 2009a) e JCSS (2000)

O código modelo JCSS (2000) atribui um valor alvo de índice de fiabilidade ( $\beta_{JCSS}$ ) dependendo do custo relativo às medidas de segurança e das consequências de falha. Deste modo, como o estudo se baseia na análise de um edifício de habitação, assume-se um custo normal e moderadas consequências de falha, resultando um índice de fiabilidade, para um período de referência de um ano,  $\beta = 4,2$ . Assim, através da análise da Tabela 5.13 e da Figura 5.28 verifica-se que os índices de fiabilidade obtidos, na situação de dimensionamento para os três modelos, revelam-se bastante próximos dos definidos como alvo no código probabilístico JCSS (2000).

Efectuando-se uma comparação entre as três soluções estruturais, observa-se que a única situação onde  $\beta$  supera os limites estabelecidos pelos presentes regulamentos é a solução estrutural 3, quando são consideradas ligações semi-rígidas. Este facto explica-se pelo aumento da margem de segurança das vigas e pela não diminuição da margem de segurança dos pilares, quando se procede à consideração de ligações semi-rígidas face à situação de dimensionamento.

### 5.7.2 Segurança da Estrutura Danificada

A avaliação da segurança da estrutura danificada, pela remoção de um pilar de canto ou central à estrutura, que considera ligações semi-rígidas, teve por base a determinação do número de falhas de cada elemento para a obtenção da probabilidade de rotura. Assim, na Tabela 5.15 apresenta-se o índice de fiabilidade para as estruturas danificadas. A terminologia utilizada para a descrição da solução estrutural é: M1.X - solução estrutural 1;

M2.X - solução estrutural 2; M3.X - solução estrutural 3; MY.3 - estrutura sem um pilar de canto; MY.4 - estrutura sem um pilar central. No gráfico da Figura 5.29 apresenta-se uma comparação entre todas as soluções estruturais, para os casos de dano, observando-se quais os elementos que condicionam a probabilidade de falha da estrutura.

Tabela 5.15: Resultados probabilísticos para as estruturas danificadas

Modelo/ Caso	Falhas	Vigas	Pilares	Cruzes	Amostra ( $\times 10^6$ )	$P_f$	$\beta$	Erro (%)
M1.3	3628	1364	3628	-	0,25	$1,45 \times 10^{-2}$	2,183	3,30
M1.4	3373	404	3373	-	0,25	$1,35 \times 10^{-2}$	2,212	3,42
M2.3	1016	0	42	1016	3	$3,39 \times 10^{-4}$	3,399	6,27
M2.4	11437	565	11437	87	0,25	$4,57 \times 10^{-2}$	1,688	1,83
M3.3	540	540	9	-	0,6	$9,00 \times 10^{-4}$	3,121	8,60
M3.4	732	732	233	-	0,6	$1,20 \times 10^{-3}$	3,036	7,45

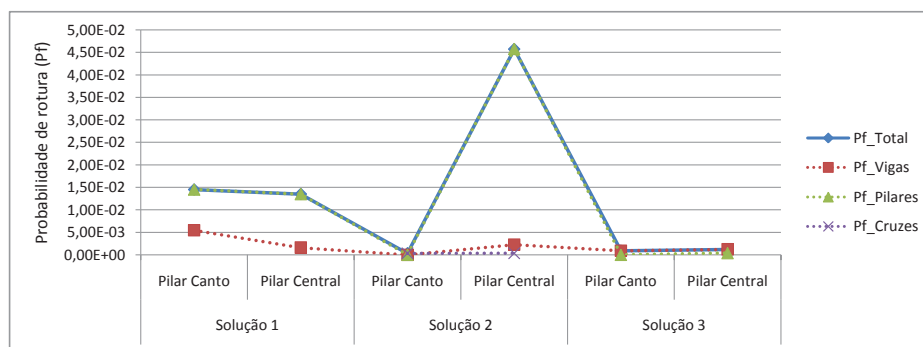


Figura 5.29: Comparação entre a probabilidade de falha dos elementos estruturais para as três soluções estruturais danificadas

Na Tabela 5.15 observa-se que em todas as soluções estruturais, para ambas as situações acidentais, o valor limite de erro 10% é verificado.

Comparando as Tabelas 5.13 e 5.15 observa-se que, em todas as soluções estruturais, a remoção de elementos aumenta a probabilidade de rotura e, conseqüentemente, diminui o índice de fiabilidade, em relação às estruturas intactas. Na solução estrutural 1, para ambos cenários de dano, verifica-se na Figura 5.29 que os elementos que condicionam a probabilidade de falha da estrutura são os pilares. Na Tabela 5.15 é possível observar que, entre as duas situações de dano, é a remoção de um pilar de canto que apresenta um menor índice de fiabilidade, dado esta solução possuir pilares mais esbeltos no bordo da estrutura.

Em relação à solução estrutural 2, na Tabela 5.15 observa-se que a remoção de um pilar central é mais condicionante do que um pilar de canto, devido à existência de cruzeiros no local da remoção do elemento. Assim, a remoção de um pilar de canto condiciona as

cruzes de contraventamento, pois são estes os elementos que suportam a inexistência do pilar removido. Verifica-se também que a remoção do elemento de canto não influencia as falhas vigas e dos pilares, à semelhança da análise semi-probabilística. Por outro lado, a remoção de um elemento central influencia os pilares, não influenciando as cruzes de contraventamento, pois estas estão afastadas do elemento removido.

Quanto à terceira solução estrutural, visualiza-se que ambas situações de dano possuem uma fiabilidade semelhante e que são as vigas os elementos condicionantes, pois os pilares desta solução possuem uma grande dimensão da secção transversal, devido ao dimensionamento sísmico. Observa-se também que, ao nível dos pilares, a remoção de um elemento central é mais desfavorável do que um elemento de canto. Esta diferença associa-se ao facto de na zona central os pilares possuírem um maior esforço axial, assim a remoção de um destes elementos dá início à redistribuição de cargas para os elementos adjacentes, aumentando assim o número de falhas destes elementos.

Devido ao facto de as soluções 1 e 2 possuírem pilares com uma dimensão da secção transversal com a mesma ordem de grandeza, seria de esperar que em ambos, para o caso de remoção de um pilar central, as probabilidades de rotura fossem semelhantes, mas não é o que se verifica pois, na solução 2, a colocação de contraventamentos permite diminuir a secção transversal do pilar P13 em relação ao Modelo 1 (ver Tabela 5.7), tornando este o pilar condicionante. Deste modo, na análise probabilística verifica-se que a solução 2, no caso acidental de remoção de um elemento central, possui maior probabilidade de rotura do que a solução 1, contribuindo para a diferença verificada a nível do índice de fiabilidade.

### 5.7.3 Comparação entre a avaliação da segurança Semi-Probabilística e Probabilística

Nas Tabelas 5.16, 5.17 e 5.18 apresenta-se a comparação entre as avaliações semi-probabilísticas e probabilísticas para as soluções estruturais 1, 2 e 3, respectivamente. Na Figura 5.30 visualiza-se a comparação entre todas as soluções, para ambas as análises.

Tabela 5.16: Avaliação da Segurança para a Solução 1

Solução 1 Caso/Ligações	Semi-Probabilístico		Probabilístico		
	Combinação	Vigas	Pilares	$Pf$	$\beta$
Articuladas (M1.1)	Fundamental	0,9583	0,9287	$2,08 \times 10^{-5}$	4,098
Semi-Rígidas (M1.2)	Fundamental	0,6889	1,1814	$1,80 \times 10^{-4}$	3,568
Pilar de Canto (M1.3)	Acidental	0,8535	0,9255	$1,45 \times 10^{-2}$	2,183
Pilar Central (M1.4)	Acidental	0,6366	0,7726	$1,35 \times 10^{-2}$	2,212

Na Tabela 5.16 observa-se que, na solução 1, a consideração de ligações semi-rígidas conduz à não verificação da segurança dos pilares, resultando numa diminuição do índice de fiabilidade da estrutura, em relação à situação de dimensionamento. Observa-se ainda que, a remoção de um pilar de canto e a remoção de um pilar central é muito distinta na avaliação semi-probabilística, mas é bastante semelhante na probabilística. Assim, esta

diferença está relacionada com o facto de, na remoção de um pilar de canto, apenas existir dois pilares com uma reserva de resistência inferior a 0,77, não influenciando a análise probabilística. Deste modo, apesar de os pilares condicionantes possuírem uma margem de segurança muito distinta, esta diferença apenas se verifica em dois pilares, contribuindo para que ambas as situações de dano possuam um índice de fiabilidade semelhante.

Tabela 5.17: Avaliação da Segurança para a Solução 2

Solução 2 Caso/Ligações	Combinação	Semi-Probabilístico			Probabilístico	
		Vigas	Pilares	Cruzes	$Pf$	$\beta$
Articuladas (M2.1)	Fundamental	0,9588	0,9349	0,9316	$2,21 \times 10^{-5}$	4,085
	Sísmica	0,4926	0,6187	0,9722	-	-
Semi-Rígidas (M2.2)	Fundamental	0,6902	1,2166	0,9215	$2,19 \times 10^{-4}$	3,516
	Sísmica	0,4474	0,667	0,9273	-	-
Pilar de Canto (M2.3)	Acidental	0,2286	0,43738	0,64816	$3,39 \times 10^{-4}$	3,399
Pilar Central (M2.4)	Acidental	0,66178	0,97091	0,56417	$4,57 \times 10^{-2}$	1,688

Na segunda solução estrutural, verifica-se que a consideração de ligações semi-rígidas, à semelhança da solução 1, conduz à não verificação da segurança dos pilares, na análise semi-probabilística, e ao aumento da probabilidade de rotura na avaliação probabilística. Ao avaliar o dano localizado no pilar de canto, observa-se que a grande reserva de resistência apresentada pela avaliação semi-probabilística está em concordância com a probabilística, pois esta apresenta um índice de fiabilidade muito próximo da situação intacta com ligações semi-rígidas, observando-se que a remoção deste elemento possui pouca influência no desempenho da estrutura.

Tabela 5.18: Avaliação da Segurança para a Solução 3

Solução 3 Caso/Ligações	Combinação	Semi-Probabilístico		Probabilístico	
		Vigas	Pilares	$Pf$	$\beta$
Articuladas (M3.1)	Fundamental	0,9583	0,5545	$2,02 \times 10^{-5}$	4,105
	Sísmica	0,3241	0,9894	-	-
Semi-Rígidas (M3.2)	Fundamental	0,6516	0,7566	$1,70 \times 10^{-7}$	5,100
	Sísmica	0,3106	0,5339	-	-
Pilar de Canto (M3.3)	Acidental	0,75047	0,54852	$9,00 \times 10^{-4}$	3,121
Pilar Central (M3.4)	Acidental	0,61673	0,53975	$1,20 \times 10^{-3}$	3,036

Na solução estrutural 3, verifica-se que a consideração de ligações semi-rígidas, na avaliação semi-probabilística, conduzem ao aumento de resistência das vigas e a uma ligeira diminuição nos pilares. Deste modo, o facto da diminuição da margem de segurança dos pilares ser muito reduzida conduz ao aumento do índice de fiabilidade, em relação à

estrutura de dimensionamento. Em relação às situações acidentais, verifica-se que apesar da reserva de resistência das vigas apresentarem uma ligeira diferença, a dos pilares é muito semelhante, contribuindo para que, na análise probabilística, ambas apresentem a mesma fiabilidade.

Na Figura 5.30 observa-se uma comparação entre todas as soluções estruturais, salientando-se que  $AS$  é referente à avaliação de segurança dos elementos estruturais (vigas, pilares ou cruzeiros) e  $\beta$  o índice de fiabilidade da estrutura. Nesta verifica-se que é a solução 3 com ligações semi-rígidas que apresenta um maior índice de fiabilidade, contrastando com a solução 2 com remoção de um pilar central, que apresenta uma maior probabilidade de rotura. É também possível verificar que, comparando as situações de dimensionamento, todos os modelos apresentam um índice de fiabilidade bastante semelhante, pois o dimensionamento é condicionado pelas vigas.

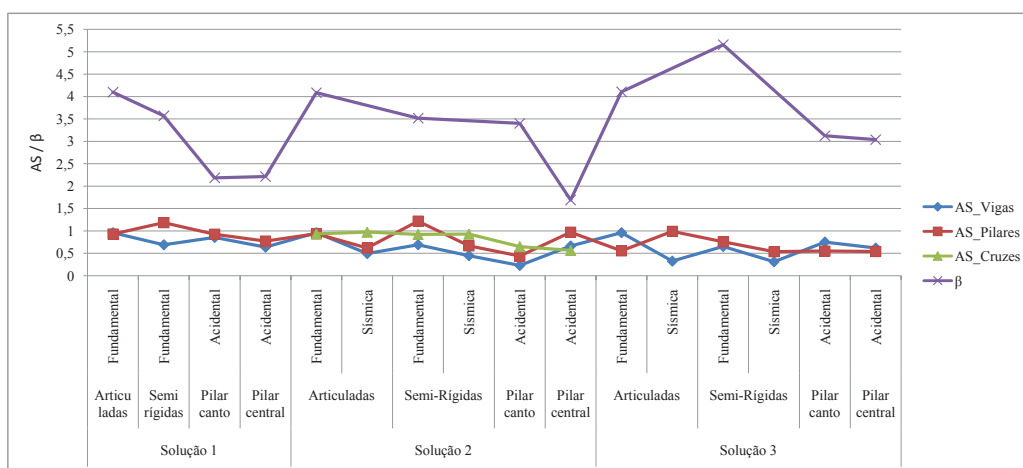


Figura 5.30: Comparação entre avaliações de segurança semi-probabilísticas e probabilísticas para todas as soluções estruturais

#### 5.7.4 Índice de Robustez

De forma a quantificar a robustez, por intermédio de análises probabilísticas, propõe-se o índice de robustez dado pela expressão (5.7).

$$I_R = \frac{\beta_{danificado}}{\beta_{intacto}} \quad (5.7)$$

A proposta deste índice tem por base a quantificação da robustez, por intermédio da comparação entre a reserva de resistência que uma estrutura possui, no seu estado intacto e danificado. Deste modo, avalia-se a perda de funcionalidade da estrutura com base no índice de fiabilidade.

O índice de robustez proposto pode variar entre o valor nulo e a unidade, sendo que valores mais próximos de zero indicam que a estrutura é pouco robusta, revelando que para determinado dano a estrutura perde a sua funcionalidade, e valores próximos da unidade representam uma estrutura muito robusta, sendo que determinado dano não provoca alteração no comportamento da estrutura.

Assim, o índice de robustez, foi obtido através da relação entre os índices de fiabilidade da estrutura intacta e da estrutura danificada. Apesar de ter sido considerado o modelo de dimensionamento como a estrutura intacta, foi também considerado o caso da estrutura com rigidez nas ligações, podendo assim ser estudado a influência das ligações semi-rígidas na robustez estrutural.

Tabela 5.19: Índice de Robustez

Modelo	Caso intacto (ligações)	Caso danificado	Índice de Robustez
Solução 1	Articuladas (M1.1)	Pilar de canto (M1.3)	0,53
		Pilar central (M1.4)	0,54
	Semi-Rígidas (M1.2)	Pilar de canto (M2.3)	0,61
		Pilar central (M2.4)	0,62
Solução 2	Articuladas (M2.1)	Pilar de canto (M2.3)	0,83
		Pilar central (M2.4)	0,41
	Semi-Rígidas (M2.2)	Pilar de canto (M2.3)	0,97
		Pilar central (M2.4)	0,48
Solução 3	Articuladas (M3.1)	Pilar de canto (M3.3)	0,76
		Pilar central (M3.4)	0,74
	Semi-Rígidas (M3.2)	Pilar de canto (M3.3)	0,61
		Pilar central (M3.4)	0,60

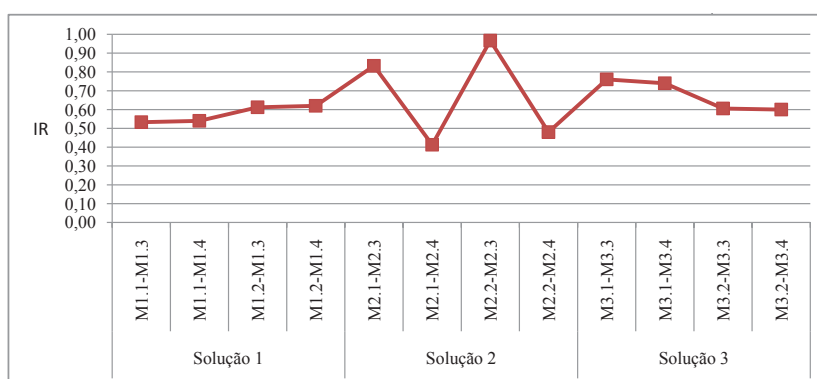


Figura 5.31: Comparação entre os índices de robustez para todos os modelos

Na Tabela 5.19 e na Figura 5.31, observa-se que para a situação de dimensionamento (ligações articuladas) da solução estrutural 1, o índice de robustez para as duas situações



acidentais é cerca de 50 %. Este resultado é expectável já que a estrutura não apresenta significativa reserva de resistência, sendo os elementos verticais esbeltos e sem qualquer contraventamento.

Ao analisar o modelo que considera a acção sísmica no seu dimensionamento e que contempla a utilização de contraventamentos, solução estrutural 2, observa-se que as duas situações acidentais diferem muito entre si. Considerando que os elementos de contraventamento estão localizados na periferia da estrutura, a remoção de um elemento de canto tem pouca influência na diminuição da fiabilidade da estrutura, conduzindo a elevados níveis de robustez para este tipo de acidente. Na situação oposta encontra-se a remoção de um elemento central, verificando-se que se obtém uma estrutura muito pouco robusta, apresentando um índice de robustez inferior ao da solução 1.

Na solução estrutural 3, onde a acção sísmica condiciona a secção transversal dos pilares, observa-se que, comparando a estrutura de dimensionamento com as estruturas danificadas, se obtém elevados níveis de robustez, próximos de 0,8, verificando-se que, à semelhança da solução estrutural 1, como a rigidez se encontra distribuída por toda a estrutura, ambos os casos de dano apresentam um comportamento semelhante.

Ao considerar ligações semi-rígidas, verifica-se que as estruturas possuem, em geral, um comportamento semelhante à situação de dimensionamento. Em concreto para as soluções estruturais 1 e 2, observa-se que a consideração de rigidez nas ligações conduz ao aumento do índice de robustez, revelando que estas duas estruturas se tornam mais robustas. Este aumento de robustez está associado à diminuição do índice de fiabilidade quando são consideradas ligações semi-rígidas, conduzindo a que a diferença entre os índices de fiabilidade da estrutura intacta (ligações semi-rígidas) e da estrutura danificada seja menor, do que quando comparada com a estrutura com ligações articuladas. No caso específico da solução 2, para o caso de remoção de um pilar de canto, verifica-se que o índice de robustez atinge um valor muito elevado, ora este nível representa que a remoção de um pilar de canto não provoca alterações ao comportamento da estrutura quando comparada com a estrutura considerando ligações semi-rígidas.

Por outro lado, na solução 3 considerando ligações semi-rígidas, verifica-se que os índices de robustez baixam, pois o índice de fiabilidade desta estrutura aumenta em relação ao caso de dimensionamento, contribuindo para que a diferença entre os casos acidentais e da estrutura de dimensionamento intacta seja maior, resultando um menor índice de robustez.

Em suma, conclui-se que a consideração da acção sísmica no dimensionamento estrutural conduz a estruturas mais robustas, sendo possível concluir que a solução mais robusta é a 3 (estrutura não contraventada) pois é a solução que, face à situação de dimensionamento, possui valores mais elevados e homogéneos de índice de robustez, para ambas situações acidentais. Saliente-se que, nesta solução, a consideração de ligações semi-rígidas não possui qualquer benefício para a robustez. Também é possível referir que a solução estrutural 2, apesar de ser mais redundante devido à consideração de cruces de contraventamento, não é a solução mais robusta, tendo esta mostrado um bom

comportamento quando o dano se localiza nos elementos contraventados, mas por outro lado, mostra um fraco desempenho quando o dano se localiza nos restantes elementos, apresentando um índice de robustez inferior ao da solução 1.

### Comparação com o Indicador de Robustez Semi-Probabilístico

Na Tabela 5.20 apresenta-se a comparação entre os índices utilizados para quantificar a robustez probabilisticamente e semi-probabilisticamente, salientando-se que o índice de robustez é referente ao quociente entre as estruturas danificada e de dimensionamento (considerando ligações articuladas).

Tabela 5.20: Comparação entre os indicadores de robustez semi-probabilísticos e probabilísticos

Modelo	Caso danificado	$I_R$	Vigas	Pilares	Cruzes
Solução 1	Pilar de canto (M2.3)	0,53	0,8535	0,9255	-
	Pilar central (M2.4)	0,54	0,6366	0,7726	-
Solução 2	Pilar de canto (M2.3)	0,83	0,2286	0,43738	0,64816
	Pilar central (M2.4)	0,41	0,66178	0,97091	0,56417
Solução 3	Pilar de canto (M3.3)	0,76	0,75047	0,54852	-
	Pilar central (M3.4)	0,74	0,61673	0,53975	-

Na primeira solução estrutural verifica-se que a consideração de um dano localizado no pilar de canto, conduz a que as vigas e os pilares possuam pouca reserva de resistência, obtendo-se uma robustez de cerca de 50%. A remoção de um pilar central, apesar de conduzir a um aumento da reserva de resistência das vigas e dos pilares, em relação ao pilar de canto, a robustez apenas aumenta 1%. Esta diferença está relacionada, como referido anteriormente, com o facto de na remoção de um pilar de canto apenas existirem dois pilares próximos da rotura, condicionando a análise semi-probabilística e não condicionando a análise da estrutura a nível probabilístico.

Na solução estrutural 2, observa-se que a remoção de um pilar de canto possui muito pouca influência no desempenho estrutural da solução, apresentando uma robustez de 83%, e uma elevada reserva de resistência nos elementos estruturais para a análise semi-probabilística. Ao invés, na remoção de um elemento central, verifica-se uma diminuição da reserva de resistência dos pilares, contribuindo para que o índice de robustez seja muito reduzido.

Na solução estrutural 3, ambas as situações de dano conduzem a índices de robustez muito semelhantes, verificando-se que a nível semi-probabilístico os pilares e as vigas possuem uma margem de segurança igualmente semelhante.

Deste modo, verifica-se que o índice de robustez probabilístico ( $I_R$ ) está directamente relacionado com a reserva de resistência apresentada pelo elemento estrutural mais condicionante na análise semi-probabilística.

## 5.8 Conclusões

Neste capítulo abordou-se o caso de estudo utilizado para estudar a influência do dimensionamento sísmico na robustez de estruturas de madeira. O caso de estudo passou pela análise de três estruturas, em madeira lamelada colada *GL24h*: estrutura original, contraventada e não contraventada, sendo que a primeira considera apenas cargas verticais no seu dimensionamento e as duas últimas, para além destas cargas, consideram a acção sísmica. As fases de estudo foram: dimensionamento estrutural e estudo da robustez segundo análises semi-probabilísticas e probabilísticas, sendo o estudo da robustez efectuado considerando, simplificadamente, a remoção de elementos estruturais verticais no piso térreo.

Inicialmente foi descrita a caracterização e modelação do problema em estudo, bem como as características do material estrutural e das acções consideradas, a nível semi-probabilístico e probabilístico.

Apresentou-se o dimensionamento estrutural realizado, considerando as recomendações dos Eurocódigos, para os estados limites últimos e de utilização, descrevendo-se as características de cada modelo. Foi também apresentada a rigidez de ligação, modelada para as ligações semi-rígidas, identificando-se a sua influência na análise da segurança e quais os elementos estruturais que a condicionam.

O estudo da robustez teve por base o estudo de quatro casos: (1) modelo de dimensionamento, (2) consideração de ligações semi-rígidas e consideração de ligações semi-rígidas sem um pilar de canto (3) ou central (4), segundo as duas análises de avaliação da segurança utilizadas. As análises semi-probabilísticas foram utilizadas para efectuar uma avaliação da segurança que serviram de base à comparação com o índice de robustez, obtido probabilisticamente pelo método de simulação de Monte Carlo. Assim, foi efectuada uma avaliação semi-probabilística da robustez, propondo-se um indicador para a sua quantificação, descrevendo-se quais as características das estruturas danificadas e quais os elementos estruturais condicionantes para as duas situações de dano.

De seguida, estudou-se a avaliação probabilística da segurança. Primeiro avaliando a fiabilidade da estrutura intacta, efectuando uma comparação com os valores alvo do Eurocódigo (IPQ, 2009a) e JCSS (2000), verificando-se que, para um período de referência de 1 ano, os índices de fiabilidade obtidos, nas situações de dimensionamento, encontram-se um pouco abaixo do estipulado como alvo no IPQ (2009a), enquanto que por outro lado, os índices obtidos encontram-se bastante próximos do proposto como referência no código probabilístico JCSS (2000). Em seguida, avaliando a fiabilidade da estrutura danificada e comparando-se ambas situações (estrutura intacta e danificada) com a avaliação semi-probabilística da segurança.

Por fim, apresentou-se a robustez da estrutura com base numa proposta de índice de robustez probabilístico, efectuando-se uma comparação com o indicador proposto na análise semi-probabilística. Concluiu-se que, em geral, a consideração da acção sísmica

no dimensionamento estrutural conduz a estruturas mais robustas, sendo a estrutura não contraventada a mais robusta para a situação de dimensionamento. Verificou-se ainda que, para esta solução, a consideração de ligações semi-rígidas não beneficia a robustez estrutural. Concluiu-se também que a consideração de uma solução estrutural mais redundante, através da colocação da cruces de contraventamento, não implica necessariamente uma estrutura mais robusta, tendo solução 2 mostrado um bom desempenho quando o dano se localiza nos elementos contraventados, mas por outro lado, mostra um fraco desempenho quando o dano se localiza no pilar central.

## Capítulo 6

# Conclusões

### 6.1 Generalidades

A utilização das sistemas estruturais compostos por madeira é prática tradicional, muito comum, em países com uma reduzida probabilidade de ocorrência de acções sísmicas, como o norte da Europa. A utilização deste material, em detrimento dos materiais mais comuns em Portugal, como o betão, prende-se com as suas vantagens de aplicabilidade, facilidade em criar várias formas geométricas no caso dos lamelados colados, e boa relação peso-resistência. A acrescentar a estes factores, junta-se os temas mais recentes como a construção sustentável e a reutilização do material de construção após a demolição, que contribuem para que este recurso possua também vantagens económicas.

Durante os últimos tempos têm-se verificado um crescente interesse na adopção de estruturas de madeira em zonas sísmicas, pois estudos recentes associam as características deste material ao bom desempenho estrutural perante acções sísmicas. Uma dificuldade a esta adopção passa pela falta de um conhecimento profundo, por parte dos engenheiros de estruturas, sobre este material e de, pelo menos até à elaboração do CEN (2003), de um regulamento estrutural adequado.

O objectivo do presente estudo prende-se com a avaliação do dimensionamento sísmico na robustez de estruturas compostas por madeira. Deste modo, foram comparados edifícios que consideraram dimensionamento sísmico com um edifício que apenas considera no dimensionamento cargas estáticas, considerando diferentes soluções estruturais. Para tal, foi realizada uma análise probabilística baseada no método de Monte Carlo, através do desenvolvimento de um algoritmo de simulação, implementado em MATLAB (Hanselman e Littlefield, 1997), para a verificação probabilística da segurança.

Os resultados mostram que, em geral, as estruturas dimensionadas considerando análise sísmica são mais robustas.

## 6.2 Resultados e Limitações

No presente trabalho foram considerados três soluções estruturais: estrutura original, estrutura contraventada e estrutura não contraventada. Nas últimas duas considerou-se a acção sísmica no dimensionamento, sendo que no primeiro caso a resistência sísmica é dada pelos contraventamentos, enquanto que no segundo caso, a resistência sísmica é dada pelo aumento da secção transversal dos pilares.

Consideraram-se dois cenários de dano, associados à remoção de um pilar central e de canto, no piso térreo. Verificou-se que quando se considerava a remoção do pilar de canto, a estrutura mais robusta era a contraventada, enquanto que para o pilar central era a não contraventada.

Assim, conclui-se que a estrutura mais robusta é a estrutura não contraventada, sendo que a consideração da acção sísmica no dimensionamento conduz, em geral, a estruturas mais robustas. Também é possível concluir que a consideração de uma solução estrutural mais redundante, através da colocação da cruces de contraventamento, não implica necessariamente uma estrutura mais robusta, tendo esta solução mostrado um bom comportamento quando o dano se localiza nos elementos contraventados, mas por outro lado, mostra um fraco desempenho quando o estado de dano se considera num elemento central, revelando-se menos robusta do que a estrutura original.

Em relação à fiabilidade estrutural, avaliada por intermédio do índice de fiabilidade, verifica-se que em relação ao caso de dimensionamento, todos os modelos possuem igual índice de fiabilidade, concluindo-se que o dimensionamento sísmico, para esta situação, não altera a fiabilidade estrutural. Esta situação verifica-se pois, na análise do dimensionamento observa-se que, para todos os modelos, os elementos estruturais condicionantes são as vigas, que não são afectadas pelo dimensionamento sísmico.

A comparação dos modelos de dimensionamento com as normas estruturais estudadas, ao nível da fiabilidade estrutural permite concluir que, para um período de referência de 1 ano, os índices de fiabilidade obtidos não atingem os definidos como alvo no IPQ (2009a) sendo, por outro lado, bastante semelhantes aos definidos como alvo pelo JCSS (2000).

Como principais limitações, salienta-se o facto de ter sido efectuada uma análise estrutural simplificada e do número de exemplos estudados ter sido reduzido.

## 6.3 Desenvolvimentos Futuros

Como desenvolvimentos futuros, em análises deste tipo, propõe-se os seguintes estudos:

- Estudo cuidado da influência da rigidez nas ligações, através da modelação probabilística da rigidez;
- Avaliação da robustez estrutural, considerando cenários de dano associados à remoção de mais do que um elemento;

- Estudo de outras tipologias estruturais.





# Bibliografia

- Baker, J. W., Schubert, M., e Faber, M. H., 2008. On the assessment of robustness. *Elsevier Journal of Structural Safety*, (30):253–267.
- Biondini, F., Frangopol, D.M., e Restelli, S., 2008. On structural robustness, redundancy and static indeterminacy. In *Structures Congress 2008 - Crossing Borders*. Vancouver, Canada.
- Biondini, F. e Restelli, S., 2008. Damage propagation and structural robustness. In *Life-Cycle Civil Engineering: Proceedings of the International Symposium on Life-Cycle Civil Engineering*, 131, pages 10–14. IALCCE'08, Taylor and Francis, Varenna, Lake Como.
- Blass, H. e Frese, M., 2007. Failure analysis on timber structures in germany. In *A Contribution to COST Action E55*. 1st Workshop, Graz University of Technology, Austria.
- Branco, J., 2006. *Apontamentos da disciplina de Estruturas de Madeira*. Primeira Edição. Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães.
- Brühl, F., Kuhlmann, U., e Jorissen, A., 2011. Consideration of plasticity within the design of timber structures due to connection ductility. *Elsevier Journal of Engineering Structures*, doi: 10.1016/j.engstruct.2011.08.13(11):1–11. ISSN 0141-0296.
- BSI, 1999. *BS EN 1194:1999 Timber Structures - Glued Laminated Timber - Strength Classes and Determination of Characteristic Values*. British Standards Institution.
- Buchanan, A. e Dean, J., 1988. Practical design of timber structures to resist earthquakes. In *International Timber Engineering Conference*, pages 813–822. Seattle.
- Caldeira, L., 2007. *Apontamentos da disciplina de Segurança e Dimensionamento de Estruturas*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Canisius, T. D. G., Sorensen, J. D., e Baker, J. W., 2007. Robustness of structural systems - a new focus for the joint committee on structural safety. *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering - Kanda, Takada & Furuta (eds), Taylor & Francis Group, London*, ISBN 978-0-415-45211-3.

- Cavaco, E., Casas, J., Neves, L., e Huespe, A., 2010. Robustness of corroded reinforced concrete structures - a structural performance approach. *Structure and infrastructure engineering*, doi: 10.1080/15732479.2010.515597, pages 1-17, ISSN: 1573-2479.
- Ceccotti, A., 2000. Seismic behaviour of timber buildings, introduction. In *COST E55 Workshop on Seismic behaviour of Timber Structures*. Venice, Italy.
- CEN, 2003. *prEN 1995-1-1 Eurocode 5 - Design of timber structures - Part 1-1: General - Common rules and rules for buildings*. European Committee for Standardization.
- Computers & Structures, Inc., 2005. *CSI Analysis Reference Manual*. Berkeley, U.S.A.
- Dailymail, 2011. <http://www.dailymail.co.uk/news/article-1249885/New-World-Trade-Center-9-11-aerial-images-ABC-News.html>. January 21.
- Dietsch, P. e Munch-Andersen, J., 2010. Robustness in large span timber structures - structural aspects and lessons learned. *COST Action E55 Modelling of the performance of timber structures*, pages 33–45.
- Dietsch, P. e Winter, S., 2009. Assessment of the structural reliability of all wide span timber structures under the responsibility of the city of munich. In *33rd IABSE Symposium*. Bangkok, Thailand.
- Encyclopaedia Britannica, 2011. <http://www.britannica.com/EBchecked/media/70968/The-Alfred-P-Murrah-Federal-Building-Oklahoma-City-Oklahoma-US>. January 21.
- Enotes, 2011. [http://www.enotes.com/topic/Ronan\\\_Point](http://www.enotes.com/topic/Ronan\_Point). January 21.
- Faber, M., 2007. *Risk and Safety in Civil Engineering - Lecture Notes*. Swiss Federal Institute of Technology Zurich.
- Faber, M., 2010. Conversas. *Construção Magazine*, (37):4–8.
- Fink, G., Steiger, R., e Köhler, J., 2010. Definition of robustness and related terms. *COST Action E55 Modelling of the performance of timber structures*, pages 6–9.
- Frangopol, D. M. e Curley, J. P., 1987. Effects of damage and redundancy on structural reliability. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 113(7):1533–1549, ISSN: 0733–9445/87/0007–1533.
- Hanselman, D. e Littlefield, B., 1997. *The Student Edition of MATLAB*. ISBN: 0-13-272550-9. Upper Saddle River, US: Prentice-Hall, Inc., third edition.
- Henriques, A. A. R., 1998. *Aplicação de Novos Conceitos de Segurança no Dimensionamento do Betão Estrutural*. Ph.D. thesis, FEUP, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- IPQ, 2009a. *NP EN 1990: 2009 Eurocódigo - Bases para o projecto de estruturas*. Instituto Português da Qualidade.

- IPQ, 2009b. *NP EN 1991-1-1: 2009 Eurocódigo 1 - Acções em estruturas. Parte 1-1: Acções gerais. Pesos volúmicos, pesos próprios, sobrecargas em edifícios*. Instituto Português da Qualidade.
- IPQ, 2010. *NP EN 1998-1: 2010 Eurocódigo 8 - Projecto de estruturas para resistência aos sismos. Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios*. Instituto Português da Qualidade.
- JCSS, 2000. *Probabilistic Model Code. Part 1 - Basis of Design*. Joint Committee on Structural Safety.
- JCSS, 2001. *Probabilistic Model Code. Part 2 - Load Models - 2.2 Live Load*. Joint Committee on Structural Safety.
- JCSS, 2006. *Probabilistic Model Code. Part 3 - Resistance Models - 3.5 Properties of Timber*. Joint Committee on Structural Safety.
- Kirkegaard, P. H. e Sørensen, J. D., 2008. A probabilistic approach for robustness evaluation of timber structures. DCE Technical Report No. 55, Aalborg University Department of Civil Engineering, ISSN: 1901-726X, Aalborg, Denmark.
- Kirkegaard, P. H., Sørensen, J. D., e Čizmar, D., 2010. System reliability of timber structures, ductility and redundancy. *COST Action E55 Modelling of the performance of timber structures*, pages 23–32.
- Laranja, R. e Brito, J., 2003. Verificação probabilística da segurança das estruturas. *Engenharia Civil - UM*, (18):63–79.
- Lind, N.C., 1995. A measure of vulnerability and damage tolerance. *Reliability Engineering and System Safety*, 48(1):1–6, doi: 0951-8320(95)00007-0.
- Munch-Andersen, J. e Dietsch, P., 2009. Robustness considerations from failures in two large-span timber roof structures. In *Joint Workshop of COST Actions TU0601 and E55*. Ljubljana, Slovenia.
- Neves, L., 2010. Robustez estrutural. *Construção Magazine*, (37):10–13.
- Neves, L. e Barbosa, A., 2011. *Segurança Estrutural*. Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Apontamentos da disciplina de segurança estrutural.
- Neves, L. e Branco, J., 2010. Earthquakes and robustness. *COST Action E55 Modelling of the performance of timber structures*, pages 46–54.
- Neves, L.A.C. e Cruz, P.J.S., 2001. Introdução à análise probabilística simplificada da segurança estrutural. *Engenharia Civil - UM*, (12):65–80.
- Porteous, J. e Kermani, A., 2007. *Structural Timber Design to Eurocode 5*. ISBN: 978-14051-4638-8. Blackwell Science Ltd, first edition.

- Rainer, J.H. e Karacabeyli, E., 2000. Wood-frame construction in past earthquakes. In *Proceedings, 12th world conference of earthquake engineering*. Auckland.
- SIA, 2003. *SIA 260: Basis of Structural Design*. Swiss Society of Engineers and Architects.
- Sørensen, J. D., 2010. Framework for structural robustness. *COST Action E55 Modelling of the performance of timber structures*, pages 10–22.
- Starossek, U., 2006. Progressive collapse of structures: Nomenclature and procedures. *Structural Engineering International*, (2):113–117.
- Starossek, U., 2007. Typology of progressive collapse. *Engineering Structures*, 29(9):2302 – 2307. ISSN 0141-0296. doi:10.1016/j.engstruct.2006.11.025.
- Starossek, U. e Wolff, M., 2005. Design of collapse-resistant structures. *JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures*, pages 1–12.
- Toratti, T., 2001. *Seismic Design of Timber Structures*. Tekes - The Finnish Funding Agency for Technology and Innovation.

## Apêndice A

# Determinação dos Momentos das Variáveis Aleatórias

A determinação dos parâmetros das variáveis aleatórias teve por base o conhecimento da probabilidade, que dada propriedade possui, de não cumprir o valor característico. Assim, uma propriedade resistente é referente ao quantil de 2%, enquanto que uma propriedade referente a uma acção possui o quantil de 98%, para um período de referência de 1 ano.

### A.1 Distribuição Normal

A distribuição Normal foi utilizada para a determinação de uma propriedade resistente, assim tem-se:

$$P(X \leq A) = P\left(Z \leq \frac{A - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{A - \mu}{\sigma}\right) = 5\% \quad (\text{A.1})$$

sendo que  $X$  refere-se à variável aleatória,  $A$  ao seu valor característico,  $\Phi$  a função normal reduzida e os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  à média e desvio padrão da variável aleatória.

Deste modo, e através do coeficiente de variação descrito no código probabilístico, é possível determinar os parâmetros  $\mu$  e  $\sigma$  da variável.

### A.2 Distribuição Lognormal

Esta distribuição também foi utilizada para a determinação de propriedades resistentes. Para a determinação dos seus parâmetros recorreu-se à sua distribuição Normal associada:

$$P(X \leq A) = P\left(Z \leq \frac{\log(A) - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\log(A) - \mu}{\sigma}\right) = 5\% \quad (\text{A.2})$$

A média ( $\lambda$ ) e a variância ( $\theta$ ) de uma variável aleatória com distribuição Lognormal são funções de  $\mu$  e  $\sigma$  de uma distribuição normal, e podem ser calculados por:

$$\lambda = \exp\left(\mu + \frac{\sigma^2}{2}\right) \quad (\text{A.3})$$

$$\theta = \exp(2\mu + \sigma^2) \cdot (\exp(\sigma^2) - 1) \quad (\text{A.4})$$

Assim, através do conhecimento do coeficiente de variação é possível determinar os parâmetros que definem a variável aleatória.

### A.3 Distribuição Exponencial

Esta distribuição foi utilizada para a modelação de uma acção, assim tem-se:

$$P(X \leq A) = 1 - \exp\left(-\frac{A}{\lambda}\right) = 98\% \quad (\text{A.5})$$

Deste modo, obtém-se o parâmetro  $\lambda$  que caracteriza a variável aleatória.

## Apêndice B

# Definição dos Espectros de Resposta de Dimensionamento Horizontais

Como definido no Capítulo 4, o EC8 (IPQ, 2010) prevê a necessidade de consideração de dois tipos de acção sísmica devido haver dois cenários de geração de sismos que podem afectar Portugal: acção sísmica do Tipo 1 e do Tipo 2.

Segundo o EC8, o espectro de resposta elástica,  $S_e(T)$ , é definido, em função do período de vibração de um sistema linear com um grau de liberdade na direcção horizontal considerada ( $T$ ), pelas seguintes expressões:

$$\text{Para } 0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \left[ \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \cdot \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (\text{B.1})$$

$$\text{Para } T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (\text{B.2})$$

$$\text{Para } T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) = \begin{cases} a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[ \frac{T_C}{T} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

$$\text{Para } T_D \leq T \leq 4s : S_d(T) = \begin{cases} a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[ \frac{T_C T_D}{T^2} \right] \\ \geq \beta \cdot a_g \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

onde  $a_g$  representa o valor de cálculo da aceleração à superfície para um terreno do tipo A,  $T_B$  e  $T_C$  o valor limite inferior e superior do período no patamar de aceleração espectral constante, respectivamente.  $T_D$  é o valor que define no espectro o início do ramo de deslocamento constante,  $S$  é o coeficiente de solo,  $q$  é o coeficiente de comportamento e  $\beta$  é o coeficiente correspondente ao limite inferior do espectro de cálculo horizontal, sendo utilizado  $\beta = 0,2$ .

O parâmetro  $S$  encontra-se definido no Anexo Nacional do EC8 (IPQ, 2010), como uma função da aceleração  $a_g$ .

$$\text{Para } a_g \leq 1m/s^2 : S = S_{max} \quad (\text{B.5})$$

$$\text{Para } 1m/s^2 \leq a_g \leq 4m/s^2 : S = S_{max} - \frac{S_{max} - 1}{3}(a_g - 1) \quad (\text{B.6})$$

$$\text{Para } a_g \geq 4m/s^2 : S = 1,0 \quad (\text{B.7})$$

Os valores do parâmetro  $S_{max}$  e dos períodos  $T_B$ ,  $T_C$  e  $T_D$  são apresentados, em função do tipo de terreno, na Tabela B.1 para a acção sísmica do Tipo 1 e na Tabela B.2 para a acção sísmica do Tipo 2, em segundos ( $s$ ).

Tabela B.1: Valores dos parâmetros que definem o espectro de resposta para acção sísmica do Tipo 1

Tipo de Terreno	$S_{max}$	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$
A	1,0	0,1	0,6	2,0
B	1,35	0,1	0,6	2,0
C	1,6	0,1	0,6	2,0
D	2,0	0,1	0,8	2,0
E	1,8	0,1	0,6	2,0

Tabela B.2: Valores dos parâmetros que definem o espectro de resposta para acção sísmica do Tipo 2

Tipo de Terreno	$S_{max}$	$T_B(s)$	$T_C(s)$	$T_D(s)$
A	1,0	0,1	0,25	2,0
B	1,35	0,1	0,25	2,0
C	1,6	0,1	0,25	2,0
D	2,0	0,1	0,3	2,0
E	1,8	0,1	0,25	2,0

Deste modo, obteve-se os espectros de resposta de dimensionamento representados na Figura B.1.



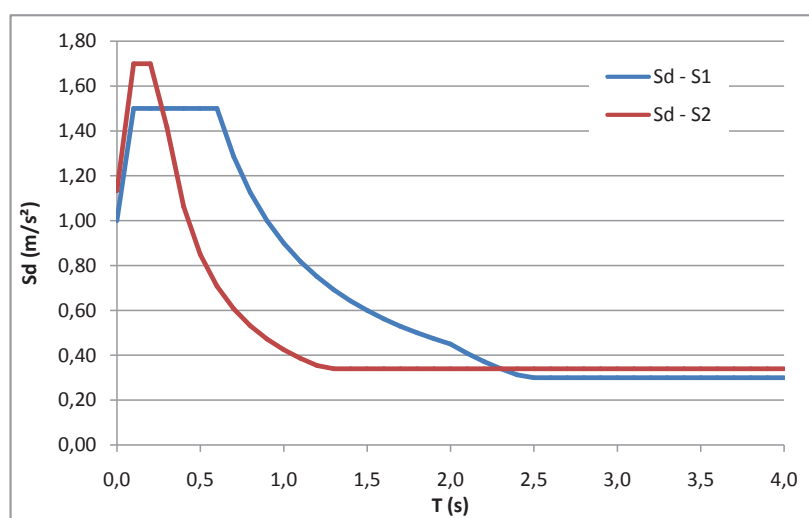


Figura B.1: Espectros de resposta de dimensionamento



## Apêndice C

# Rotina do método de Monte Carlo em Matlab

No presente anexo apresenta-se um exemplo dos algoritmos desenvolvidos por intermédio da ferramenta computacional MATLAB (Hanselman e Littlefield, 1997), necessários para o cálculo da probabilidade de rotura ( $P_f$ ) e do número de roturas verificadas pelos elementos estruturais na análise probabilística. Para tal, foi desenvolvido um algoritmo principal *monte\_carlo.m* para cada análise efectuada.

O ficheiro *monte\_carlo.m*, que em seguida se descreve, foi utilizado para implementar o método de Monte Carlo na Solução Estrutural 2, sendo apenas necessário para a sua execução a introdução do número de amostras ( $n$ ) de que se pretende simular. Este programa recorre aos seguintes programas secundários:

- *gerar.m*;
- *calculo\_esforços\_vigas.m*;
- *esforços\_vigas.m*;
- *calculo\_esforços\_pilares.m*;
- *esforços\_pilares.m*;
- *calculo\_esforços\_cruzes.m*;
- *esforços\_cruzes.m*;

O ficheiro *gerar.m* é o responsável pela geração de variáveis aleatórias, sendo apenas necessário para a sua execução a inclusão do número de amostras a gerar. Após esta geração, e através da leitura dos esforços unitários nos elementos estruturais (vigas, pilares e cruces) para o peso próprio dos elementos ( $G$ ), sobrecarga ( $SC$ ) e restantes cargas permanentes ( $rcp$ ), os programas *calculo\_esforços\_vigas.m*, *calculo\_esforços\_pilares.m* e *calculo\_esforços\_cruzes.m* multiplicam os esforços unitários obtidos pelas variáveis

aleatórias densidade e sobrecarga geradas, obtendo-se os esforços correspondentes às variáveis geradas. De seguida, estes dados são analisados pelos programas: *esforços\_vigas.m*, *esforços\_pilares.m* e *esforços\_cruzes.m*, que efectuam, através de ficheiros auxiliares, a verificação da segurança dos elementos estruturais para os esforços e resistências geradas. Os ficheiros auxiliares são:

- *vigas\_flexao.m*;
- *vigas\_bambeamento.m*;
- *pilaresencurvadura.m*;
- *cruzes.m*;

De seguida apresentam-se os ficheiros descritos anteriormente.

## C.1 Ficheiros Principais

### C.1.1 Ficheiro *monte\_carlo.m*

```

1 function [Pf,n_roturas,n_vigas,n_pilares,n_cruzes] = monte_carlo(n)
2
3
4 [Resistencias,Cargas] = gerar(n); %geração de variáveis aleatórias
5
6 %Leitura dos esforços unitários dos elementos estruturais, em relação
7 %ao peso próprio dos elementos (G), sobrecarga (SC) e restantes
8 %cargas permanentes (rcp)
9
10 Z = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_vigas_G.xlsx');
11 U = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_vigas_SC.xlsx');
12 V = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_vigas_rcp.xlsx');
13 ZZ = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_pilares_G.xlsx');
14 UU = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_pilares_SC.xlsx');
15 VV = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_pilares_rcp.xlsx');
16 TT = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_cruzes_G.xlsx');
17 YY = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_cruzes_SC.xlsx');
18 II = xlsread('C:\Users\Tiago\Excel\Modelo2_cruzes_rcp.xlsx');
19
20 [Linhasvigas,Colunasvigas] = size(Z);
21 [Linhaspilares,Colunaspilares] = size(ZZ);
22 [Linhascruzes,Colunascruzes] = size(TT);
23
24 rotura = zeros(1,n);
25
26 rotura_viga = zeros(Linhasvigas,1);
27 rotura_pilar = zeros(Linhaspilares,1);
28 rotura_cruz = zeros(Linhascruzes,1);
29
30 n_roturas_vigas = zeros(1,n);

```

```

31 n_roturas_pilares = zeros(1,n);
32 n_roturas_cruzes = zeros(1,n);
33
34 for i = 1:n
35
36     ro = Cargas(1,i);
37     SC = Cargas(2,i);
38
39     fm = Resistencias(1,i);
40     E005 = Resistencias(2,i)*1000;
41     ft0k = Resistencias(3,i);
42     fc0k = Resistencias(4,i);
43     G005 = Resistencias(5,i)*1000;
44
45     [Dados] = calculo_esforços_vigas(ro,SC,Z,U,V);
46
47     [Verificacoes] = esforços_vigas(Dados,fm,ft0k,E005,G005);
48
49     vigasflexaofinal(:,1) = Verificacoes(:,11);
50     vigasbambeamentofinal(:,1) = Verificacoes(:,13);
51
52     [Linhas,Colunas] = size(Verificacoes);
53
54     %Cálculo do número de roturas das vigas
55
56     for j=1:Linhas
57         if vigasflexaofinal(j,1) >= 1
58             rotura_viga(j,1) = 1;
59         elseif vigasbambeamentofinal(j,1) >= 1
60             rotura_viga(j,1) = 1;
61         else rotura_viga(j,1) = 0;
62         end
63     end
64
65     roturasvigas = sum(rotura_viga(:,1));
66
67     if roturasvigas >= 1
68         rotura_vigas(1,1) = 1;
69         n_roturas_vigas(1,i) = 1;
70     else rotura_vigas(1,1) = 0;
71         n_roturas_vigas(1,i) = 0;
72     end
73
74
75     [Dados_pilares] = calculo_esforços_pilares(ro,SC,ZZ,UU,VV);
76
77     [finalpilares] = esforços_pilares(Dados_pilares,fm,fc0k,ft0k,E005);
78
79     pilaresfi(:,1) = finalpilares(:,5);
80
81     [Linhasp,Colunasp] = size(pilaresfi);
82
83     %Calculo do número de roturas dos pilares
84

```

```
85 for u = 1:Linhasp
86     if pilaresfi(u,1) >= 1
87         rotura_pilar(u,1) = 1;
88     else rotura_pilar(u,1) = 0;
89     end
90 end
91
92 roturaspilares = sum(rotura_pilar(:,1));
93
94
95 if roturaspilares >= 1
96     rotura_pilares(1,1) = 1;
97     n_roturas_pilares(1,i) = 1;
98 else rotura_pilares(1,1) = 0;
99     n_roturas_pilares(1,i) = 0;
100 end
101
102 [Dados_cruzes] = calculo_esforços_cruzes(ro,SC,TT,YY,II);
103
104 [finalcruzes] = esforços_cruzes(Dados_cruzes,fc0k,ft0k,E005);
105
106 cruzesfi(:,1) = finalcruzes(:,5);
107
108
109 [LinhasC,ColunasC] = size(cruzesfi);
110
111 %Calculo do número de roturas das cruzes
112
113 for u = 1:LinhasC
114     if cruzesfi(u,1) >= 1
115         rotura_cruz(u,1) = 1;
116     else rotura_cruz(u,1) = 0;
117     end
118 end
119
120 roturascruzes = sum(rotura_cruz(:,1));
121
122
123 if roturascruzes >= 1
124     rotura_cruzes(1,1) = 1;
125     n_roturas_cruzes(1,i) = 1;
126 else rotura_cruzes(1,1) = 0;
127     n_roturas_cruzes(1,i) = 0;
128 end
129
130 if rotura_vigas(1,1) == 1
131     rotura(1,i) = 1;
132 elseif rotura_pilares(1,1) == 1;
133     rotura(1,i) = 1;
134 elseif rotura_cruzes(1,1) == 1;
135     rotura(1,i) = 1;
136 else
137     rotura(1,i) = 0;
138 end
```

```

139
140 end
141
142 n_vigas = sum(n_roturas_vigas);
143 n_pilares = sum(n_roturas_pilares);
144 n_cruzes = sum(n_roturas_cruzes);
145
146 %Cálculo do número de roturas total
147
148 n_roturas = sum(rotura);
149
150 %Cálculo da probabilidade de rotura
151
152 Pf = n_roturas/n;
153
154 end

```

## C.2 Ficheiros Secundários

### C.2.1 Ficheiro *gerar.m*

```

1 function [Resistencia,Cargas] = gerar(n)
2
3 %Geração de variáveis aleatórias normais reduzidas
4
5 U = normrnd(0,1,7,n);
6
7 %Matriz de correlação
8
9 correlated = [1,0.8,0.6,0.8,0.8,0.4,0.4;
10 0.8,1,0.6,0.6,0.6,0.6,0.4;
11 0.6,0.6,1,0.4,0.8,0.6,0.6;
12 0.8,0.6,0.4,1,0.5,0.4,0.6;
13 0.8,0.6,0.8,0.5,1,0.4,0.4;
14 0.4,0.6,0.6,0.4,0.4,1,0.6;
15 0.4,0.4,0.6,0.6,0.4,0.6,1];
16
17 %Transformação das variáveis geradas em variáveis
18 %aleatórias correlacionadas
19
20 T = chol(correlated,'lower');
21
22 X = T * U;
23
24 [Linhas,Colunas] = size(X);
25
26 %Transformação das variáveis aleatórias correlacionadas segundo as
27 %distribuições pretendidas
28
29 % fm - Lognormal com media m_fm e variancia v_fm
30
31 m_fm = 31.040837053605219970178563006784626;

```

```

32     v_fm = 21.679505212240592859609784764605051;
33
34     u_fm = 3.4241783574171647764306955231279393; % da dist. normal
35     t_fm = 0.14916638004195100411136601323083872; % da dist. normal
36
37     for i = 1:Colunas
38         fm(1,i) = exp((X(1,i))*t_fm+u_fm);
39     end
40
41 % Em - Lognormal com media m_Em e variancia v_Em
42
43     m_Em = 11.736351859094772612697;
44     v_Em = 2.3278390388320667982364490627;
45
46     u_Em = 2.454311629660904595694898;
47     t_Em = 0.1294557214454422050;
48
49     for i = 1:Colunas
50         Em(1,i) = exp(X(2,i)*t_Em+u_Em);
51     end
52
53 % ft0 - Lognormal com media m_ft0 e variancia v_ft0
54
55     m_ft0 = 0.6*m_fm;
56     v_ft0 = (m_ft0*1.2*0.15)^2;
57
58     u_ft0 = log((m_ft0^2)/sqrt(v_ft0+m_ft0^2));
59     t_ft0 = sqrt(log(v_ft0/(m_ft0^2)+1));
60
61     for i = 1:Colunas
62         ft0(1,i) = exp(X(4,i)*t_ft0+u_ft0);
63     end
64
65 % fc0 - Lognormal com media m_fc0 e variancia v_fc0
66
67     m_fc0 = 5*m_fm^.45;
68     v_fc0 = (m_fc0*0.8*0.15)^2;
69
70     u_fc0 = log((m_fc0^2)/sqrt(v_fc0+m_fc0^2));
71     t_fc0 = sqrt(log(v_fc0/(m_fc0^2)+1));
72
73     for i = 1:Colunas
74         fc0(1,i) = exp(X(5,i)*t_fc0+u_fc0);
75     end
76
77 % fv - Lognormal com media m_fv e variancia v_fv
78
79     m_fv = 0.2*m_fm^.8;
80     v_fv = (m_fv*0.15)^2;
81
82     u_fv = log((m_fv^2)/sqrt(v_fv+m_fv^2));
83     t_fv = sqrt(log(v_fv/(m_fv^2)+1));
84
85     for i = 1:Colunas

```



```

86         fv(1,i) = exp(X(7,i)*t_fv+u_fv);
87     end
88
89     % G005 - Lognormal com media m_G005 e variancia v_G005
90
91     m_G005 = m_Em/16;
92     v_G005 = (m_G005*0.13)^2;
93
94     u_G005 = log((m_G005^2)/sqrt(v_G005+m_G005^2));
95     t_G005 = sqrt(log(v_G005/(m_G005^2)+1));
96
97     for i = 1:Colunas
98         G005(1,i) = exp(X(6,i)*t_G005+u_G005);
99     end
100
101     % CARGAS
102
103     %Peso proprio
104
105     u_ro = 3.8;
106     t_ro = u_ro*0.1;
107
108     for i = 1:Colunas
109         ro(1,i) = X(3,i)*t_ro+u_ro;
110     end
111
112     %Sobrecarga
113
114     SC = exprnd(.511,1,n);
115
116     Resistencias = [fm;Em;ft0;fc0;G005];
117
118     Cargas = [ro;SC];
119
120 end

```

### C.2.2 Ficheiro *calculo\_esforcos\_vigas.m*

```

1 function [Dados] = calculo_esforcos_vigas(ro,SC,Z,U,V)
2
3 %Momento flector segundo o eixo y-y
4
5 M_g = Z(:,9);
6 M_SC = U(:,9);
7 M_restante = V(:,9);
8
9 %Momento flector segundo o eixo z-z
10
11 M_2_g = Z(:,8);
12 M_2_SC = U(:,8);
13 M_2_restante = V(:,8);

```

```

14
15 %Esforço axial
16
17 N_g = Z(:,4);
18 N_SC = U(:,4);
19 N_restante = V(:,4);
20
21 %Dados dos elementos estruturais
22
23 label = Z(:,15);
24 base = Z(:,12); %mm
25 altura = Z(:,13); %mm
26 comprimento = Z(:,14); %m
27
28 [LinhasZ,ColunasZ] = size(Z);
29
30 Momento_g = zeros(LinhasZ,1);
31 Momento_SC = zeros(LinhasZ,1);
32
33 Momento_2_g = zeros(LinhasZ,1);
34 Momento_2_SC = zeros(LinhasZ,1);
35
36 Axial_g = zeros(LinhasZ,1);
37 Axial_SC = zeros(LinhasZ,1);
38
39 Momento_final_medio_prazo = zeros(LinhasZ,1);
40 Momento_final_permanente = zeros(LinhasZ,1);
41
42 Momento_2_final_medio_prazo = zeros(LinhasZ,1);
43 Momento_2_final_permanente = zeros(LinhasZ,1);
44
45 Axial_final_medio_prazo = zeros(LinhasZ,1);
46 Axial_final_permanente = zeros(LinhasZ,1);
47
48 %Multiplicação dos esforços unitários pelas variáveis aleatórias
49 %referentes às cargas
50
51 for i = 1:LinhasZ
52
53     Momento_g(i,1) = M_g(i,1)*ro;
54     Momento_SC(i,1) = M_SC(i,1)*SC;
55
56     Momento_2_g(i,1) = M_2_g(i,1)*ro;
57     Momento_2_SC(i,1) = M_2_SC(i,1)*SC;
58
59     Axial_g(i,1) = N_g(i,1)*ro;
60     Axial_SC(i,1) = N_SC(i,1)*SC;
61
62 Momento_final_medio_prazo(i,1) = Momento_g(i,1)+Momento_SC(i,1)+M_restante(i,1);
63 Momento_final_permanente(i,1) = Momento_g(i,1)+M_restante(i,1);
64
65 Momento_2_final_medio_prazo(i,1) = Momento_2_g(i,1)+Momento_2_SC(i,1)+
66 M_2_restante(i,1);
67 Momento_2_final_permanente(i,1) = Momento_2_g(i,1)+M_2_restante(i,1);

```

```

68
69 Axial_final_medio_prazo(i,1) = Axial_g(i,1)+Axial_SC(i,1)+N_restante(i,1);
70 Axial_final_permanente(i,1) = Axial_g(i,1)+N_restante(i,1);
71
72 end
73
74 Dados = [label,base,altura,comprimento,Momento_final_medio_prazo,
75 Momento_final_permanente,Momento_2_final_medio_prazo,
76 Momento_2_final_permanente,Axial_final_medio_prazo,Axial_final_permanente];
77 end

```

### C.2.3 Ficheiro *esforcos\_vigas.m*

```

1 function [Verificacoes] = esforcos_vigas(Dados, fm, ft0k, E005, G005)
2
3 %Leitura dos dados
4
5 base = Dados(:,2);
6 altura = Dados(:,3);
7 comprimento = Dados(:,4);
8
9 Momento_medio_prazo = Dados(:,5);
10 Momento_permanente = Dados(:,6);
11
12 Momento_2_medio_prazo = Dados(:,7);
13 Momento_2_permanente = Dados(:,8);
14
15 N_medio_prazo = Dados(:,9);
16 N_permanente = Dados(:,10);
17
18 [La,C] = size(Dados);
19
20 finalflexao = zeros(La,1);
21 finalbambeamento = zeros(La,2);
22
23 %Avaliação da segurança das vigas
24
25 for i= 1:La
26     b=base(i,1);
27     h=altura(i,1);
28     L=comprimento(i,1);
29     teste_M3 = [Momento_medio_prazo(i,1),Momento_permanente(i,1)];
30     teste_M2 = [Momento_2_medio_prazo(i,1),Momento_2_permanente(i,1)];
31     EsforAxial = [N_medio_prazo(i,1),N_permanente(i,1)];
32
33     [t1myd t2myd fmyd1 fmyd2 final] = vigas_flexao(b*10^-3,h*10^-3,
34 teste_M3,teste_M2,EsforAxial, fm, ft0k);
35     finalflexao(i,:) = final;
36
37     [final_bambeamento] = vigas_bambeamento(b,h,L*10^3,E005,G005, fm,t1myd,
38 fmyd1,t2myd, fmyd2);

```

```

39     finalbambeamento(i,:) = final_bambeamento;
40
41 end
42
43 Verificacoes = [Dados,finalflexao,finalbambeamento];
44
45 end

```

### C.2.4 Ficheiro *calculo\_esforços\_pilares.m*

```

1  function [Dados_pilares] = calculo_esforços_pilares(ro,SC,ZZ,UU,VV)
2
3  %Esforço axial unitário
4
5  N_g = ZZ(:,4);
6  N_SC = UU(:,4);
7  N_rest = VV(:,4);
8
9  %Momento flector segundo os eixos y-y e z-z unitários unitários
10
11  My_g = ZZ(:,9);
12  Mz_g = ZZ(:,8);
13
14  My_SC = UU(:,9);
15  Mz_SC = UU(:,8);
16
17  My_restante = VV(:,9);
18  Mz_restante = VV(:,8);
19
20 %Leitura dos dados
21
22 label = ZZ(:,14);
23 base = ZZ(:,12); %mm
24 altura = ZZ(:,13); %mm
25 comprimento = ZZ(:,15); %m
26
27 [L,C] = size(ZZ);
28
29 Momentoy_g = zeros(L,1);
30 Momentoy_SC = zeros(L,1);
31
32 Momentoz_g = zeros(L,1);
33 Momentoz_SC = zeros(L,1);
34
35 Axial_g = zeros(L,1);
36 Axial_SC = zeros(L,1);
37
38 Momento_final_y = zeros(L,1);
39 Momento_final_z = zeros(L,1);
40 N_final = zeros(L,1);
41

```

```

42 %Multiplicação dos esforços unitários pelas variáveis aleatórias referentes
43 %às cargas
44
45 for i = 1:L
46
47     Momentoy_g(i,1) = My_g(i,1)*ro;
48     Momentoy_SC(i,1) = My_SC(i,1)*SC;
49
50     Momentoz_g(i,1) = Mz_g(i,1)*ro;
51     Momentoz_SC(i,1) = Mz_SC(i,1)*SC;
52
53     Axial_g(i,1) = N_g(i,1)*ro;
54     Axial_SC(i,1) = N_SC(i,1)*SC;
55
56 end
57
58 for i = 1:L
59
60     Momento_final_y(i,1) = Momentoy_g(i,1)+Momentoy_SC(i,1)+My_restante(i,1);
61     Momento_final_z(i,1) = Momentoz_g(i,1)+Momentoz_SC(i,1)+Mz_restante(i,1);
62
63
64     N_final(i,1) = Axial_g(i,1)+Axial_SC(i,1)+N_rest(i,1);
65
66 end
67     Dados_pilares = [label,base,altura,comprimento,N_final,
68     Momento_final_y,Momento_final_z];
69 end

```

### C.2.5 Ficheiro *esforços\_pilares.m*

```

1 function [finalpilares] = esforcos_pilares(Dados_pilares, fm, fc0k, ft0k, E005)
2
3 %Leitura dos dados
4
5 N = Dados_pilares(:,5);
6 My = abs(Dados_pilares(:,6));
7 Mz = abs(Dados_pilares(:,7));
8 bases = Dados_pilares(:,2);
9 alturas = Dados_pilares(:,3);
10 comprimento = Dados_pilares(:,4);
11
12
13 [Lb,C] = size(Dados_pilares);
14
15 finalpilares = zeros(Lb,8);
16
17 %Avaliação da segurança dos pilares
18
19 for i=1:Lb
20

```

```

21     b=bases(i,1);
22     h=alturas(i,1);
23     L=comprimento(i,1);
24     Label = Dados_pilares(i,1);
25
26     Myy = My(i,1);
27     Mzz = Mz(i,1);
28     Ned = N(i,1);
29
30     matriz = [Ned,Myy,Mzz,b,h,L];
31
32     [final_pilar] = pilaresencurvadura(Label,matriz,fm,fc0k,ft0k,E005);
33
34     finalpilares(i,:)= final_pilar;
35 end
36 end

```

### C.2.6 Ficheiro *calculo\_esforços\_cruzes.m*

```

1 function [Dados_cruzes] = calculo_esforços_cruzes(ro,SC,TT,YY,II)
2
3 %Esforço axial unitário
4
5 N_g_cruzes = TT(:,4);
6 N_SC_cruzes = YY(:,4);
7 N_rest_cruzes = II(:,4);
8
9 %Leitura dos dados
10
11
12 label = TT(:,14);
13 base = TT(:,12); %mm
14 altura = TT(:,13); %mm
15 comprimento = TT(:,15); %m
16
17 [Lcruzes,Ccruzes] = size(TT);
18
19 EsfAxial_g = zeros(Lcruzes,1);
20 EsfAxial_SC = zeros(Lcruzes,1);
21 N_final_cruzes = zeros(Lcruzes,1);
22
23 %Multiplicação dos esforços unitários pelas variáveis aleatórias geradas
24 %referentes às cargas
25
26
27 for i = 1:Lcruzes
28
29     EsfAxial_g(i,1) = N_g_cruzes(i,1)*ro;
30     EsfAxial_SC(i,1) = N_SC_cruzes(i,1)*SC;
31
32

```

```

33 N_final_cruzes(i,1) = EsfAxial_g(i,1)+EsfAxial_SC(i,1)+N_rest_cruzes(i,1);
34
35 end
36     Dados_cruzes = [label,base,altura,comprimento,N_final_cruzes];
37 end

```

### C.2.7 Ficheiro *esforcos\_cruzes.m*

```

1 function [finalcruzes] = esforcos_cruzes(Dados_cruzes,fc0k,ft0k,E005)
2
3 %Leitura dos dados
4
5 N = Dados_cruzes(:,5);
6
7 bases = Dados_cruzes(:,2);
8 alturas = Dados_cruzes(:,3);
9 comprimento = Dados_cruzes(:,4);
10
11 [Lc,C] = size(Dados_cruzes);
12
13 finalcruzes = zeros(Lc,8);
14
15 %Avaliação da segurança das cruzes
16
17 for i=1:Lc
18
19     b=bases(i,1);
20     h=alturas(i,1);
21     L=comprimento(i,1);
22     Label = Dados_cruzes(i,1);
23
24     Ned_cruzes = N(i,1);
25
26     matriz_cruz = [Ned_cruzes,b,h,L];
27
28     [final_cruzes] = cruzes(Label,matriz_cruz,fc0k,ft0k,E005);
29
30     finalcruzes(i,:)= final_cruzes;
31 end
32 end

```

## C.3 Ficheiros Auxiliares

### C.3.1 Ficheiro *vigas\_flexao.m*

```

1 function [t1myd t2myd fmyd1 fmyd2 final] = vigas_flexao(b,h,teste_M3,
2 teste_M2,EsforAxial,fm,ft0k)

```

```

3
4 %Verificação da flexao simples
5
6 %Propriedades da madeira GL24h
7
8 fmk = fm; %N/mm2
9
10 Iy=b*h^3/12; %ineria em y
11 z=h/2;
12
13 Iz = h*b^3/12;
14
15 %Resistencia à flexão simples
16
17 %Caso 1: 1,35*G + 1,5*Q Kmod1 = 0,80      Caso 2: 1,35*G Kmod2 = 0,60
18 %Local coberto e fechado - classe de servico 1
19 %Khmin = 1,1
20 %Ksys=1,0 vigas
21
22 kha=min((600/(h*10^3))^(0.1),1.1);
23
24 kh = max(kha,1);
25
26 khzz = min((600/(b*10^3))^(0.1),1.1);
27
28 kh_z = max(khzz,1);
29
30 fmyd1 = ((0.80*kh*1.*fmk))*10^3;
31
32 fmyd2 = ((0.60*kh*1.*fmk))*10^3;
33
34 fmzd1 = ((0.80*kh_z*1.*fmk))*10^3;
35
36 fmzd2 = ((0.60*kh_z*1.*fmk))*10^3;
37
38 if EsforAxial(1,1) > 20
39
40 kh_t = min(kh,kh_z);
41
42 ft0d1 = ((0.8*kh_t*1*ft0k))*10^3;
43
44 ft0d2 = ((0.6*kh_t*1*ft0k))*10^3;
45
46
47 %Verificacao
48
49 t1myd=(abs(teste_M3(1,1))*z)/Iy;
50 t2myd=(abs(teste_M3(1,2))*z)/Iy;
51
52 t1mzd=(abs(teste_M2(1,1))*(b/2))/Iz;
53 t2mzd=(abs(teste_M2(1,2))*(b/2))/Iz;
54
55 t1t0d = abs(EsforAxial(1,1))/(b*h);
56 t2t0d = abs(EsforAxial(1,2))/(b*h);

```



```

57
58     Caso1 = t1myd/fmyd1;
59     Caso2 = t2myd/fmyd2;
60
61     Caso1_z = t1mzd/fmzd1;
62     Caso2_z = t2mzd/fmzd2;
63
64     Caso1_t = t1t0d/ft0d1;
65     Caso2_t = t2t0d/ft0d2;
66
67     Verf_1_y = Caso1_t + Caso1 + 0.7*Caso1_z;
68     Verf_1_z = Caso1_t + 0.7*Caso1 + Caso1_z;
69
70     Verf_2_y = Caso2_t + Caso2 + 0.7*Caso2_z;
71     Verf_2_z = Caso2_t + 0.7*Caso2 + Caso2_z;
72
73     maior_1 = max(Verf_1_y,Verf_1_z);
74     maior_2 = max(Verf_2_y,Verf_2_z);
75
76 else
77
78     %Verificacao
79
80     t1myd=(abs(teste_M3(1,1))*z)/Iy;
81     t2myd=(abs(teste_M3(1,2))*z)/Iy;
82
83     t1mzd=(abs(teste_M2(1,1))*(b/2))/Iz;
84     t2mzd=(abs(teste_M2(1,2))*(b/2))/Iz;
85
86     Caso1 = t1myd/fmyd1;
87     Caso2 = t2myd/fmyd2;
88
89     Caso1_z = t1mzd/fmzd1;
90     Caso2_z = t2mzd/fmzd2;
91
92
93     Verf_1_y = Caso1 + 0.7*Caso1_z;
94     Verf_1_z = 0.7*Caso1 + Caso1_z;
95
96     Verf_2_y = Caso2 + 0.7*Caso2_z;
97     Verf_2_z = 0.7*Caso2 + Caso2_z;
98
99     maior_1 = max(Verf_1_y,Verf_1_z);
100    maior_2 = max(Verf_2_y,Verf_2_z);
101
102 end
103 final = max(maior_1,maior_2);
104 end

```

### C.3.2 Ficheiro vigas\_bambeamento.m

```

1 function [final_bambeamento] = vigas_bambeamento(b,h,L,E005,G005,fm,
2 t1myd,fmyd1,t2myd,fmyd2)
3
4 %b,h,L em mm
5
6
7 fmk = fm;
8
9
10 Iy=b*h^3/12;
11 z=h/2;
12
13 Mycrit = (pi()*b^3*h*sqrt(E005*G005*(1-0.63*b/h))/(6*L)); %N mm
14
15 Wy = Iy/z;
16
17 tmcrit = Mycrit/Wy;
18
19 lamedarelm=sqrt(fmk/tmcrit);
20
21 if lamedarelm < 0.75
22     kcrit = 1;
23 elseif lamedarelm < 1.4
24     kcrit = 1.56-0.75*lamedarelm;
25
26 else
27     kcrit = 1/(lamedarelm^2);
28 end
29
30
31
32 Caso11 = t1myd/(kcrit*fmyd1);
33 Caso22 = t2myd/(kcrit*fmyd2);
34
35 if Caso11 >= Caso22 Casos_bambeamento=Caso11;
36
37
38 else
39     Casos_bambeamento = Caso22;
40
41 end
42
43
44 final_bambeamento = [kcrit Casos_bambeamento];
45
46 end

```

### C.3.3 Ficheiro *pilaresencurvadura.m*

```

1 function [final_pilar] = pilaresencurvadura(Label,matriz,fm,fc0k,ft0k,E005)
2 %base,altura em mm; comprimento em m; momentos flectores em kNm

```

```

3
4     base = matriz(1,4);
5     altura = matriz(1,5);
6     comprimento = matriz(1,6);
7
8     z=altura; %mm
9     y=base; %mm
10    A=base*altura; %mm^2
11    Lez=comprimento*1000; %mm
12    Ley=comprimento*1000; %mm
13    Iy=base^3*altura/12; %mm^4
14    iy=sqrt(Iy/A); %mm
15    Iz=altura^3*base/12; %mm^4
16    iz=sqrt(Iz/A); %mm
17
18    lameday=Ley/iy; % -
19    lamedaz=Lez/iz; % -
20
21    if matriz(1,1)>0
22        %Pilar traccionado
23
24        khya=min((600/(base))^(0.1),1.1);
25        khza=min((600/(altura))^(0.1),1.1);
26
27        khy = max(khya,1);
28        khz = max(khza,1);
29
30        kh = min(khy,khz);
31
32        ft0d = 0.8*1.1*kh*ft0k;
33
34        tt0d = matriz(1,1)*10^3/A;
35
36        tmyd=(matriz(1,2)*y*10^-3)/(2*Iy*10^-12);
37
38        tmzd=(matriz(1,3)*z*10^-3)/(2*Iz*10^-12);
39
40
41
42        fmyd=(0.8*1.1*khy*fm)*10^3;
43        fmzd=(0.8*1.1*khz*fm)*10^3;
44
45        AA = tt0d/ft0d+tmyd/fmyd+0.7*tmzd/fmzd;
46        B = tt0d/ft0d+0.7*tmyd/fmyd+tmzd/fmzd;
47
48        final_pil = max(AA,B);
49
50    else
51
52
53    %Forca de compressao no pilar (pilar comprido)
54
55    %Kmod=0,8    Ksys=1.1
56

```

```

57 fc0d = (0.8*1.1*fc0k)*10^3; %KN/m^2
58
59 lamedarely=lameday/pi()*sqrt(fc0k/E005); % -
60 lamedarelz=lamedaz/pi()*sqrt(fc0k/E005); % -
61
62 tc0d = abs(matriz(1,1))/(base*altura*10^-6); % KN/m^2
63
64 tmyd=(abs(matriz(1,2))*y*10^-3)/(2*Iy*10^-12);
65
66 tmzd=(abs(matriz(1,3))*z*10^-3)/(2*Iz*10^-12);
67
68 %KHZ E KHY
69
70 khya=min((600/(base))^(0.1),1.1);
71 khza=min((600/(altura))^(0.1),1.1);
72
73 khy = max(khya,1);
74 khz = max(khza,1);
75
76
77 fmdy=(0.8*1.1*khy*fm)*10^3;
78 fmdz=(0.8*1.1*khz*fm)*10^3;
79
80 if lamedarely >0.3 && lamedarelz >0.3
81
82
83     ky=0.5*(1+0.1*(lamedarely-0.3)+lamedarely^2);
84     kz=0.5*(1+0.1*(lamedarelz-0.3)+lamedarelz^2);
85
86     kcy=1/(ky+sqrt(ky^2-lamedarely^2));
87     kcz=1/(kz+sqrt(kz^2-lamedarelz^2));
88
89
90
91     AA = tc0d/(kcy*fc0d) + tmyd/fmdy + 0.7*tmzd/fmdz;
92     BB = tc0d/(kcz*fc0d) + 0.7*tmyd/fmdy + tmzd/fmdz;
93
94
95     final_pil=max(AA,BB);
96
97 else
98
99     AA = (tc0d/fc0d)^2 + tmyd/fmdy + 0.7*tmzd/fmdz;
100     B = (tc0d/fc0d)^2 + 0.7*tmyd/fmdy + tmzd/fmdz ;
101
102     final_pil = max(AA,B);
103 end
104 end
105
106
107 final_pilar = [Label y z comprimento final_pil matriz(1,1) matriz(1,2) matriz(1,3)];
108
109 end

```

**C.3.4 Ficheiro *cruzes.m***

```

1 function [final_cruzes] = cruzes(Label,matriz,fc0k,ft0k,E005)
2
3
4     base = matriz(1,2);
5     altura = matriz(1,3);
6     comprimento = matriz(1,4);
7
8     z=altura; %mm
9     y=base; %mm
10    A=base*altura; %mm^2
11    Lez=comprimento*1000; %mm
12    Ley=comprimento*1000; %mm
13    Iy=base^3*altura/12; %mm^4
14    iy=sqrt(Iy/A); %mm
15    Iz=altura^3*base/12; %mm^4
16    iz=sqrt(Iz/A); %mm
17
18    lameday=Ley/iy; % -
19    lamedaz=Lez/iz; % -
20
21    if matriz(1,1)>0
22
23        %elemento traccionado
24
25        khya=min((600/(base))^(0.1),1.1);
26        khza=min((600/(altura))^(0.1),1.1);
27
28        khy = max(khya,1);
29        khz = max(khza,1);
30
31        kh = min(khy,khz);
32
33        ft0d = 0.8*1.0*kh*ft0k;
34
35        tt0d = matriz(1,1)*10^3/A;
36
37
38        AAA = tt0d/ft0d;
39
40        final_cruz = AAA;
41
42    else
43
44
45        %Forca de compressao no elemento (elemento comprimido)
46
47        %Kmod=0.8 Ksys=1.0
48
49        fc0d = (0.8*1.0*fc0k)*10^3; %KN/m^2
50

```

```

51 lamedarely=lameday/pi()*sqrt(fc0k/E005); % -
52 lamedarelz=lamedaz/pi()*sqrt(fc0k/E005); % -
53
54
55 tc0d = abs(matriz(1,1))/(base*altura*10^-6); % KN/m^2    Ned/A
56
57 if lamedarely >0.3 && lamedarelz >0.3
58
59     ky=0.5*(1+0.1*(lamedarely-0.3)+lamedarely^2);
60     kz=0.5*(1+0.1*(lamedarelz-0.3)+lamedarelz^2);
61
62     kcy=1/(ky+sqrt(ky^2-lamedarely^2));
63     kcz=1/(kz+sqrt(kz^2-lamedarelz^2));
64
65
66
67     AAA = tc0d/(kcy*fc0d);
68     BBB = tc0d/(kcz*fc0d);
69
70
71     final_cruz =max(AAA,BBB);
72
73 else
74
75     AAA = (tc0d/fc0d)^2;
76
77
78     final_cruz = AAA;
79
80 end
81 end
82
83 final_cruzes = [Label y z comprimento final_cruz matriz(1,1) matriz(1,2) matriz(1,3)];
84
85 end

```